

Paweł Strumiłło

Wstęp do komputerowej analizy obrazów (4)

Zadanie nr 13 – Studia podyplomowe: „Przetwarzanie i analiza
obrazów biomedycznych”



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Prezentacja multimedialna
współfinansowana przez Unię Europejską
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego
w projekcie

*„Innowacyjna dydaktyka bez ograniczeń
– zintegrowany rozwój Politechniki Łódzkiej –
zarządzanie Uczelnią,
nowoczesna oferta edukacyjna
i wzmacniania zdolności do zatrudniania
osób niepełnosprawnych”*

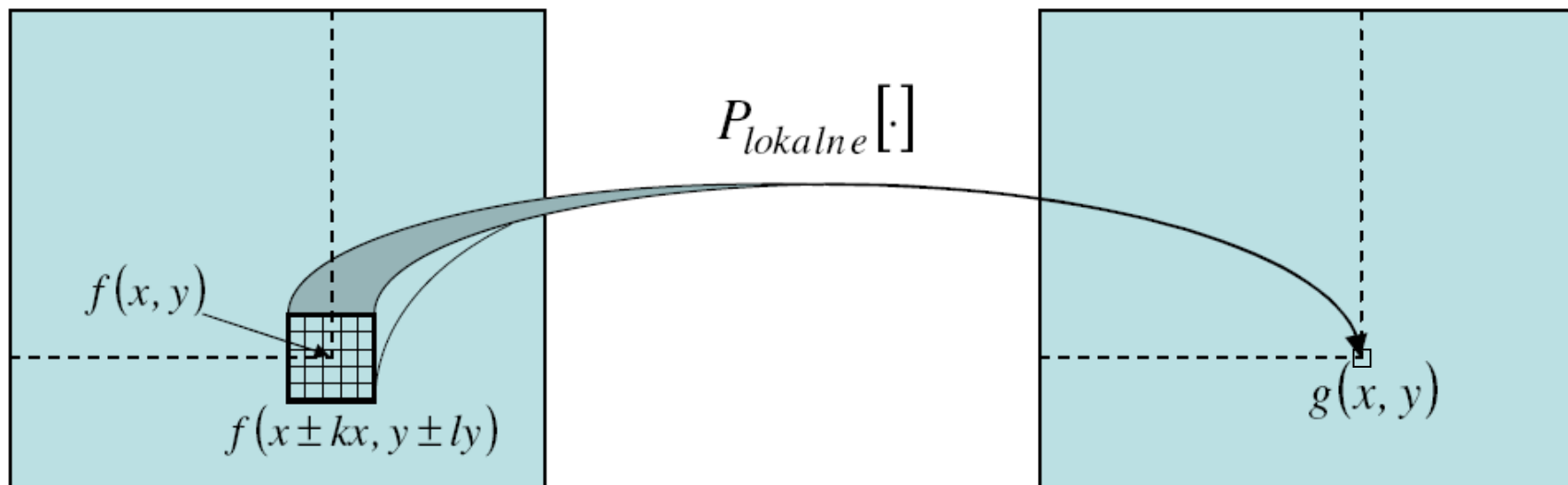


Politechnika Łódzka
Instytut Elektroniki

90-924 Łódź, ul. Żeromskiego 116,
tel. 042 631 28 83
www.kapitalludzki.p.lodz.pl

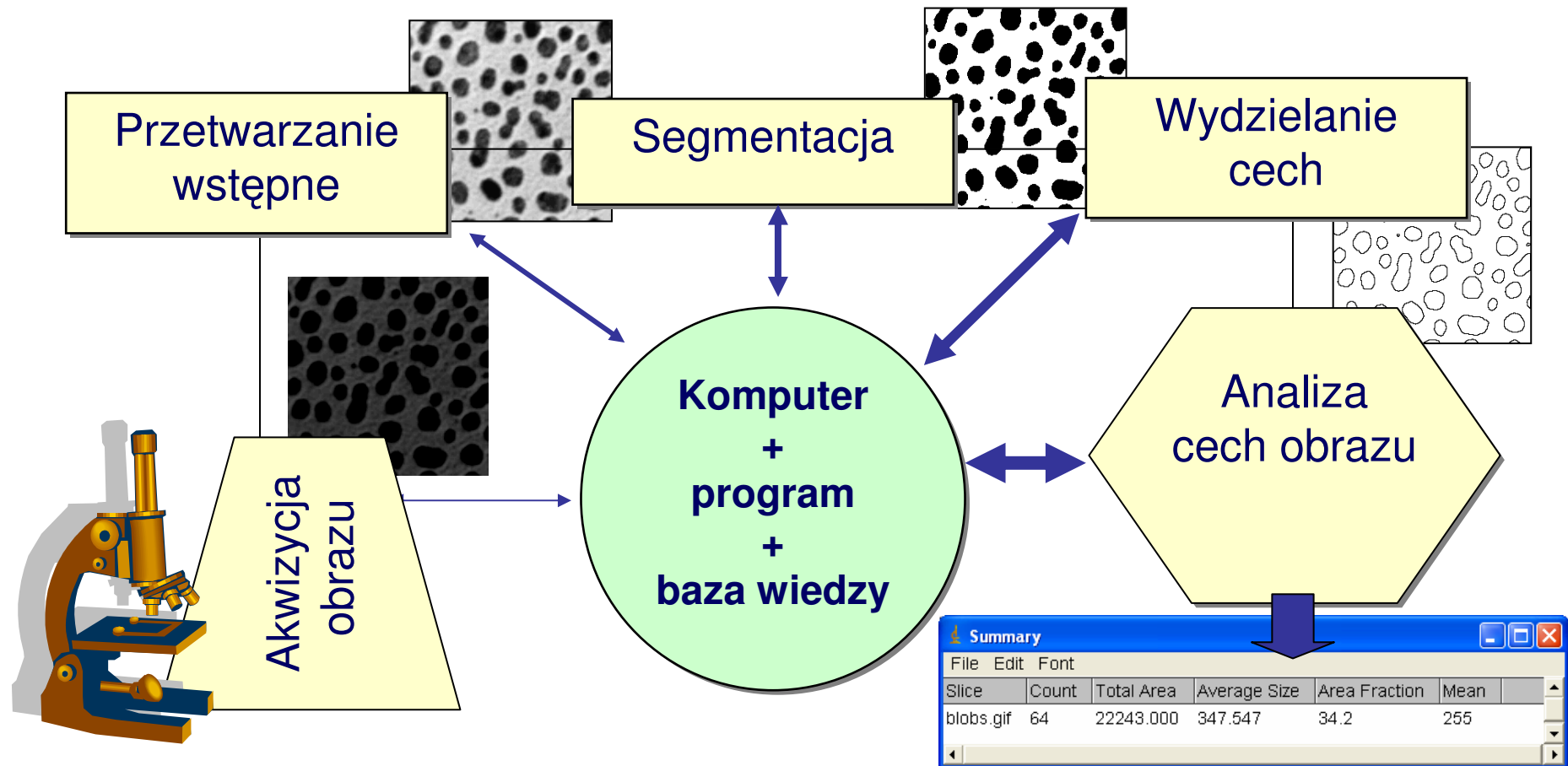


PRZEKSZTAŁCENIA LOKALNE OBRAZU



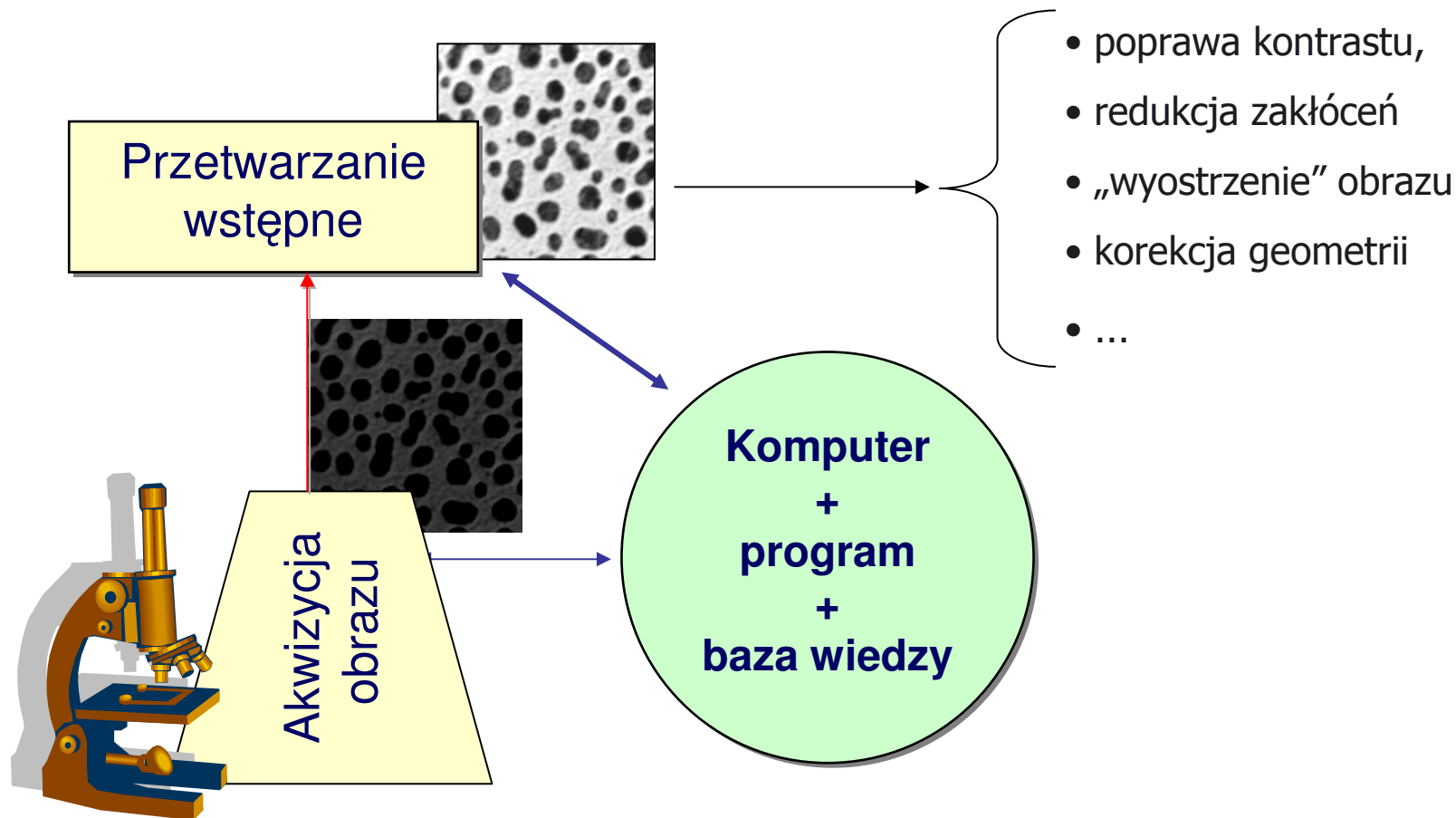


Przykład komputerowego systemu analizy obrazów





Przykład komputerowego systemu przetwarzania obrazów

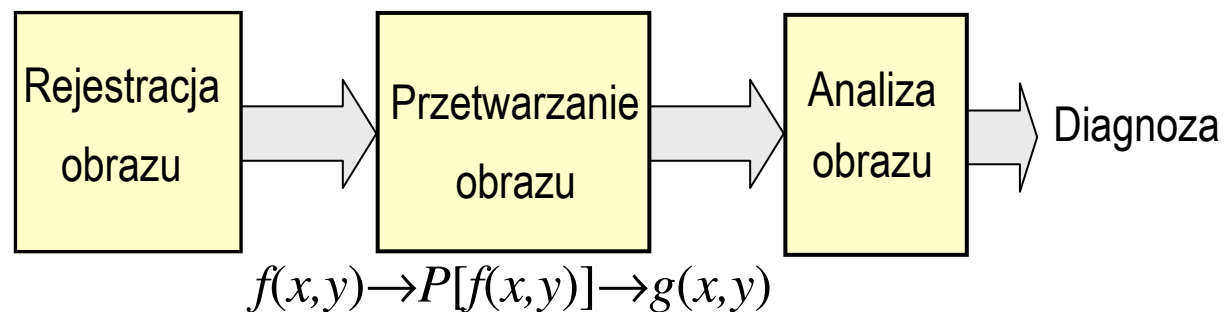




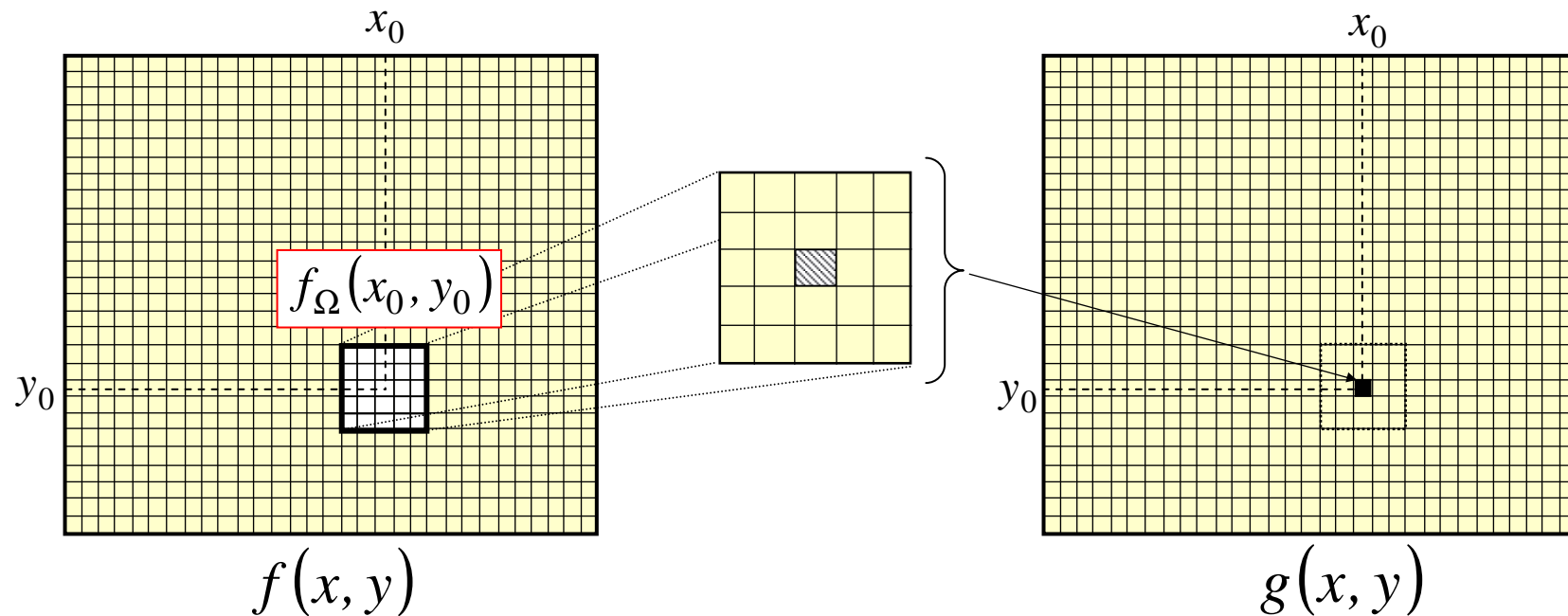
Przekształcenia lokalne obrazu

Przekształcenia lokalne obrazów należą do najważniejszych metod przetwarzania obrazów.

Są stosowane do **poprawy jakości obrazów** (ang. *image enhancement*), np. korekcji ostrości obrazów i redukcji zakłóceń. Metody te poprzedzają dalsze etapy analizy obrazów, dlatego nazywa się je metodami przetwarzania wstępnego obrazów (ang. *image preprocessing*).

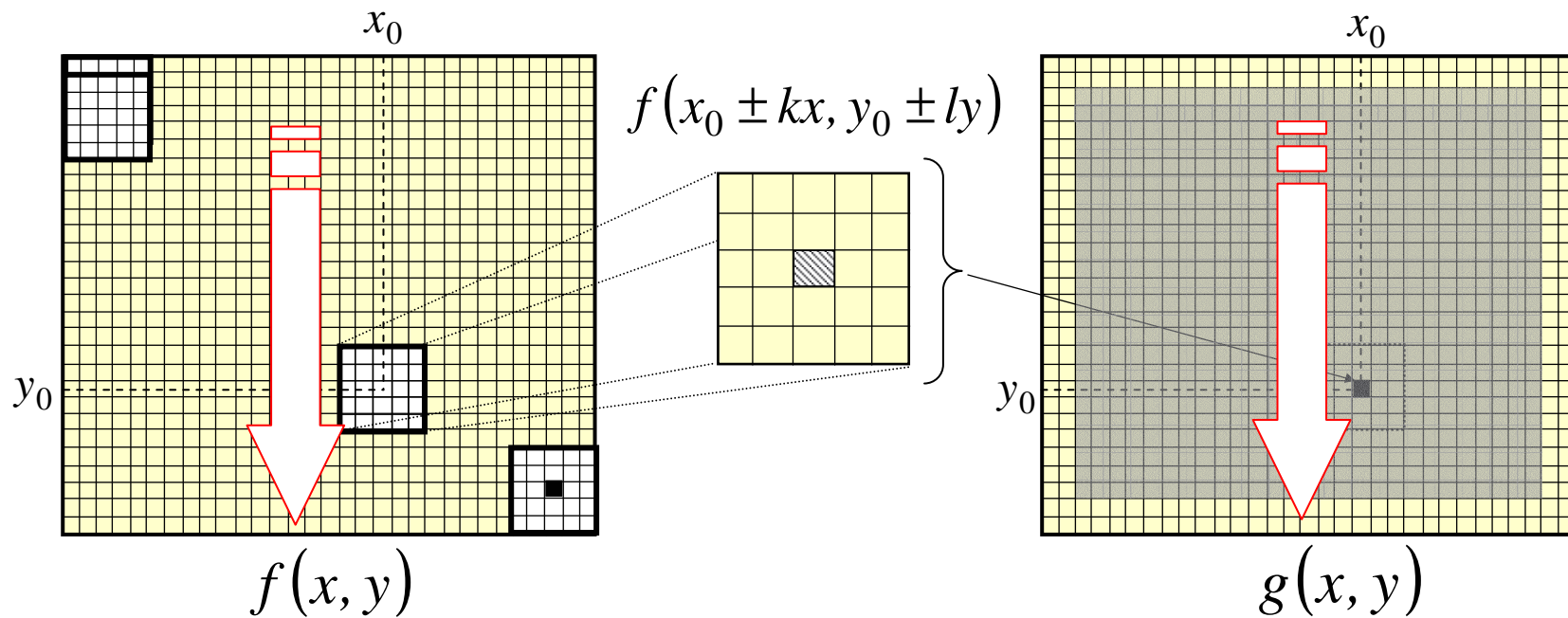


Przekształcenie lokalne obrazu – tzw. filtracja obrazu



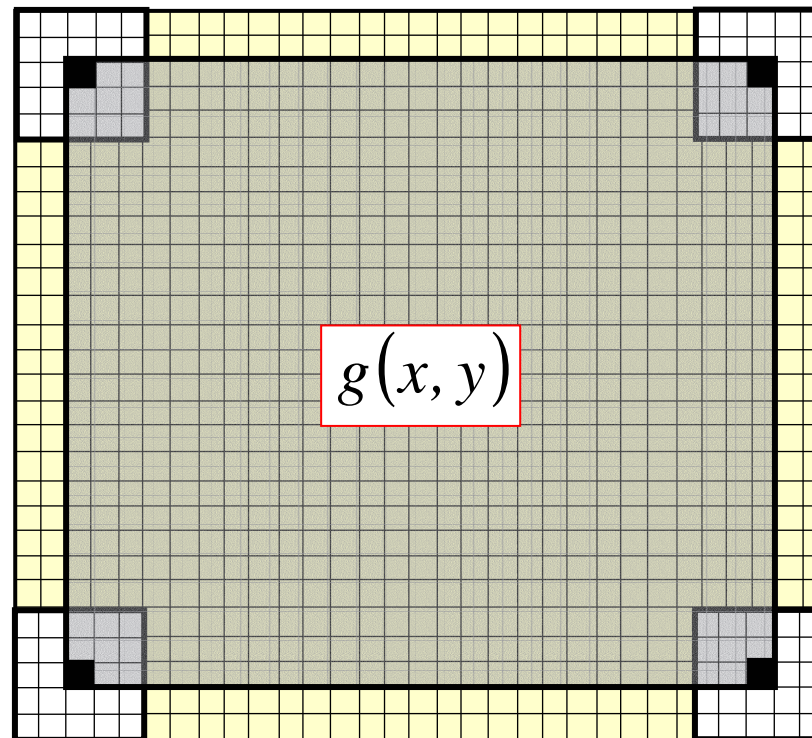
Wynik przekształcenia jest zależny od jasności punktów w lokalnym otoczeniu obrazu. Otoczenie to nazywamy **oknem filtracji**.

Przekształcenie lokalne obrazu – algorytm filtracji





Przekształcenie lokalne obrazu – co z punktami brzegowymi obrazu?



$$k=2$$

$$l=2$$

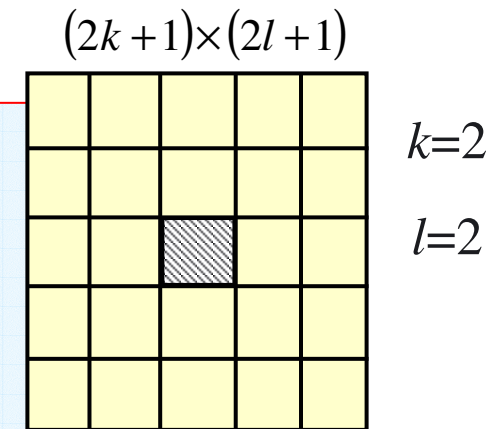
Wynikiem filtracji obrazu o rozmiarze $M \times N$ dla okna $(2k+1) \times (2l+1)$ jest obraz o rozmiarze $(M-2k) \times (N-2l)$





Algorytm filtracji przestrzennej obrazu

```
f: array[0..M-1,0..N-1] of byte; //obraz źródłowy  
g: array[0..M-1,0..N-1] of real; //obraz wynikowy  
...  
for x:=k to M-k-1 do  
  for y:=l to N-l-1 do  
    g(x,y):=P(f(x,y)); //wykonaj przekształcenie lokalne  
  end;  
end;
```



$P[.]$ może należeć do klasy przekształceń liniowych lub nieliniowych.
Wyróżniamy konsekwentnie filtrację **liniową** lub **nieliniową** obrazu.





Zastosowania filtracji przestrzennej obrazu

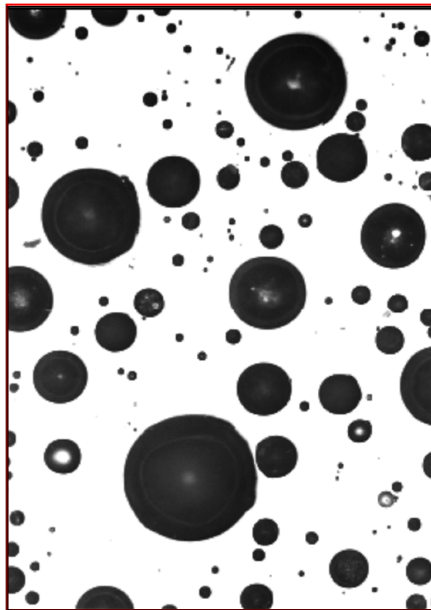
Poprawa jakości obrazów, przetworzenie do postaci bardziej przydatnej do dalszego przetwarzania lub analizy:

- redukcja zakłóceń obrazu
- „wyostrowanie” obrazu (ang. *image sharpening*)
- „wygładzanie” obrazu (ang. *image smoothing*)
- wydzielanie brzegów i krawędzi (ang. *boundary and edge detection*)
- efekty specjalne

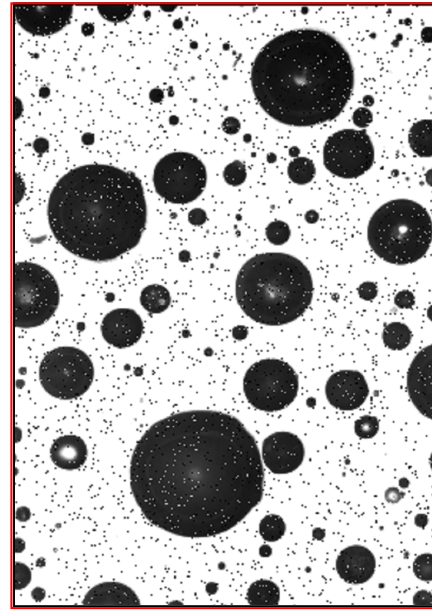




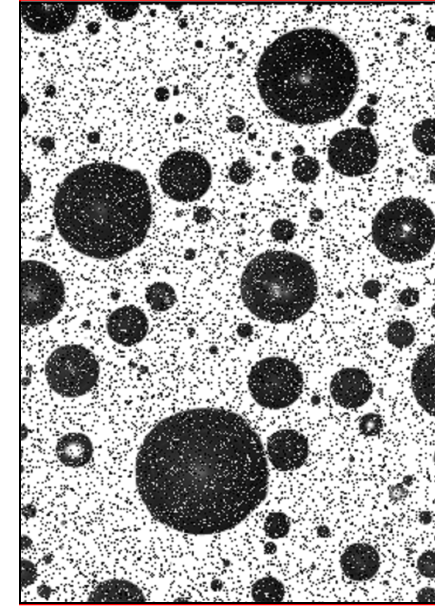
Zakłócenie typu „sól i pieprz” (ang. salt and pepper noise)



Oryginał



0.05, tj. 5%
zakłóconych
punktów



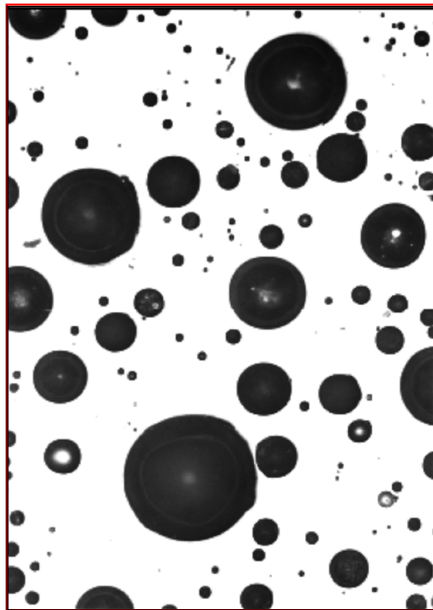
0.2, tj. 20%
zakłóconych
punktów

Wybrany losowo punkt obrazu przyjmuje minimalną lub maksymalną jasność.

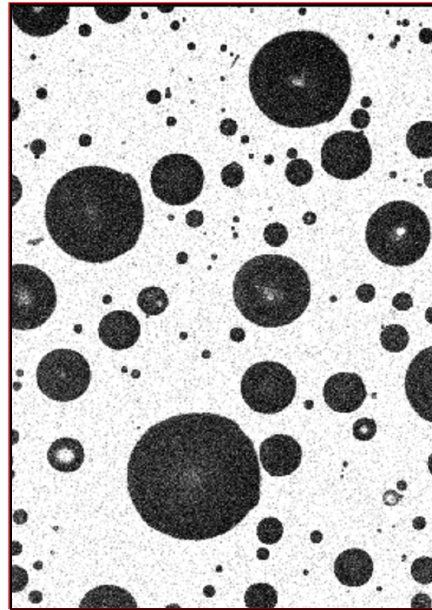




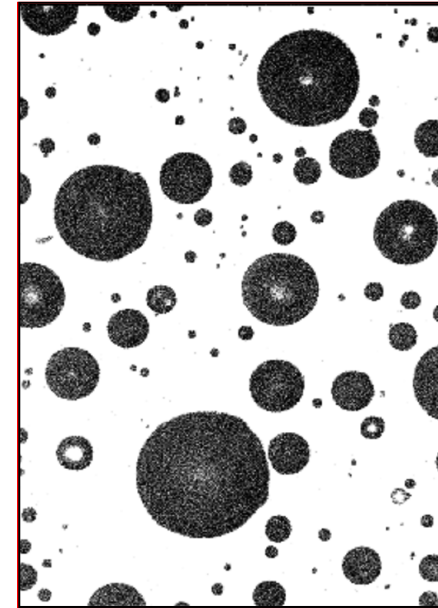
Zakłócenie addytywne Gaussa



Oryginał



$\sigma^2 = 0.05$



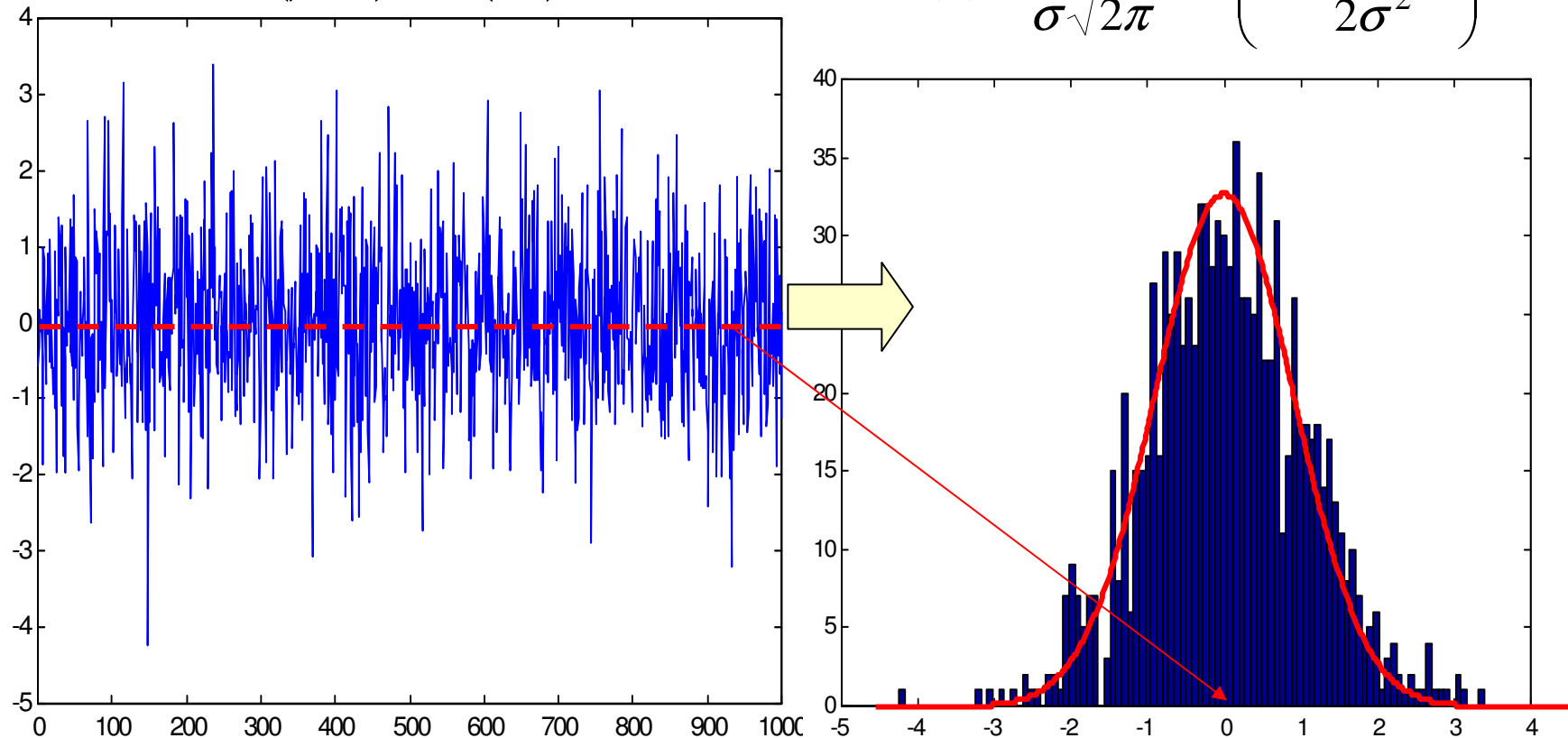
$\sigma^2 = 0.2$

Dla każdego punktu obrazu: $g(x, y) = f(x, y) + n(x, y)$

Zakłócenie Gaussa

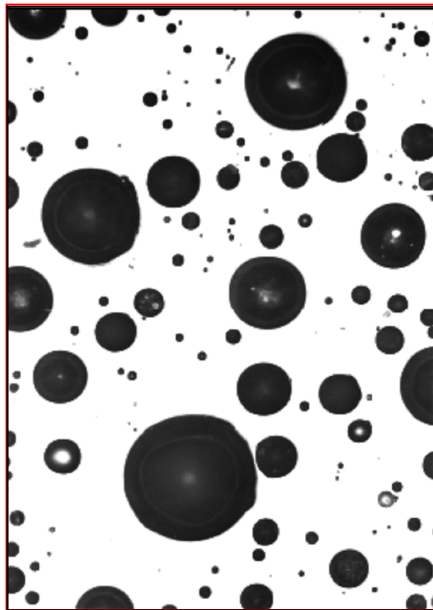
$$N(\mu, \sigma) = N(0, 1)$$

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

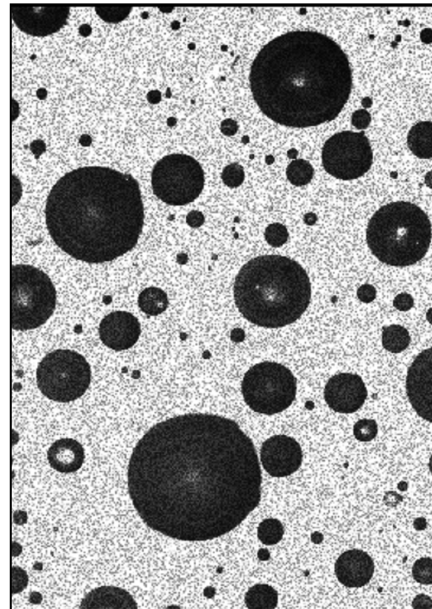


Proces losowy Gaussa i jego rozkład gęstości prawdopodobieństwa

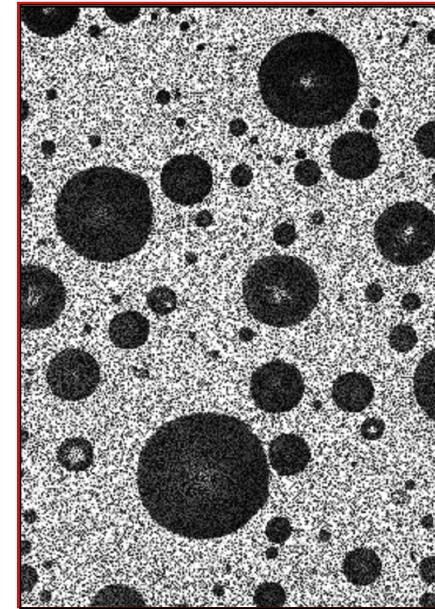
Zakłócenie multiplikatywne



Oryginał



$\sigma^2 = 0.05$



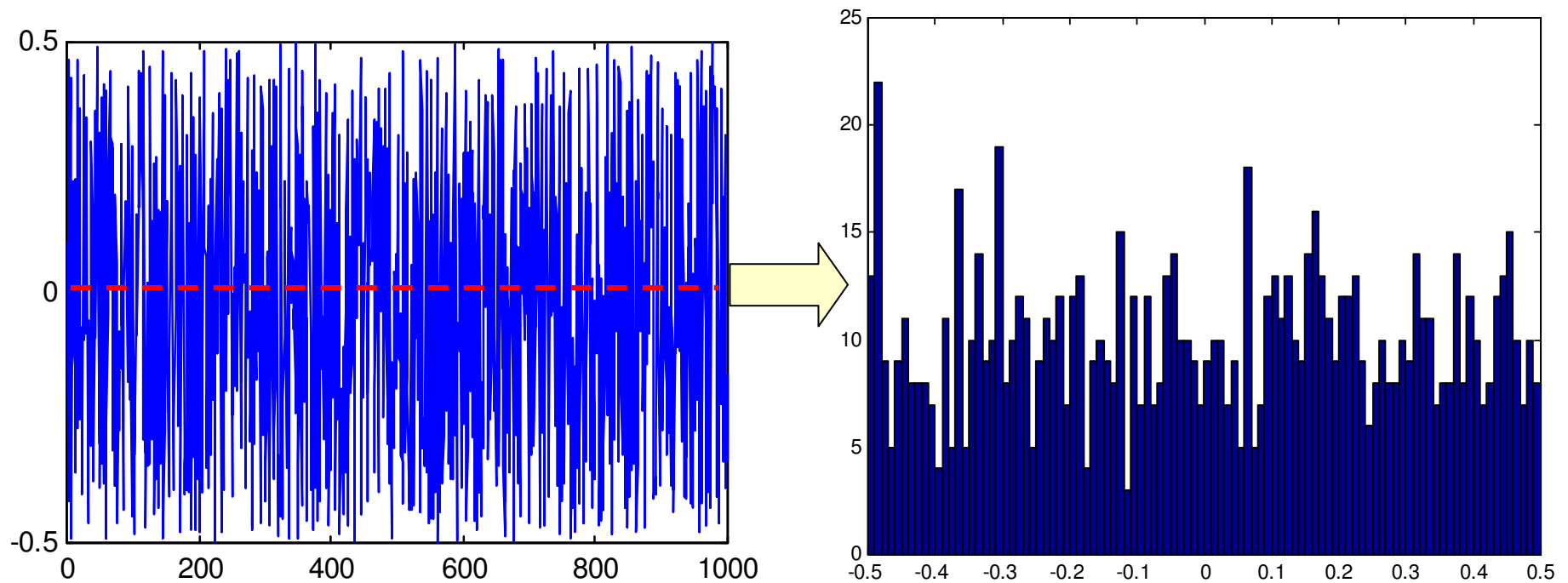
$\sigma^2 = 0.2$

Dla każdego punktu obrazu: $g(x, y) = f(x, y) + n(x, y) \cdot f(x, y)$

Zakłócenie o rozkładzie równomiernym



Zakłócenie o rozkładzie równomiernym





Filtracja liniowa

Przekształcenie $P[.]$ jest liniową funkcją punktów obrazu z lokalnego otocznia.

Przykład prostego filtra liniowego, tzw. filtr uśredniający

$$g(x, y) = P[f_{\Omega}(x, y)] = \frac{1}{(2k+1)(2l+1)} \sum_{x, y \in f_{\Omega}} f(x, y) \equiv h(k, l) = \frac{1}{25} \times$$

Współczynniki maski
filtru liniowego

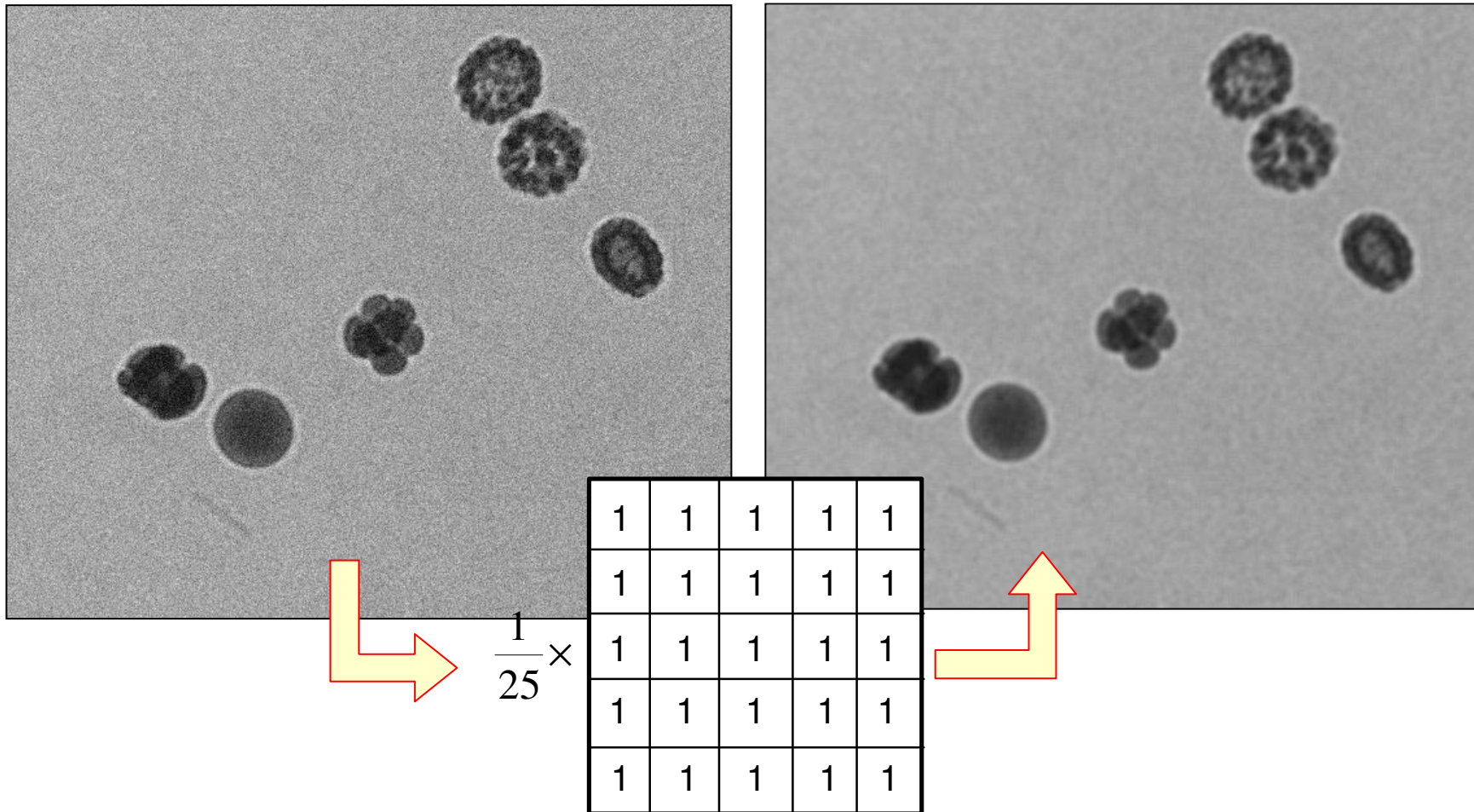
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Dlaczego $\sum$ współczynników = 1?



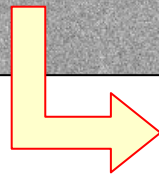
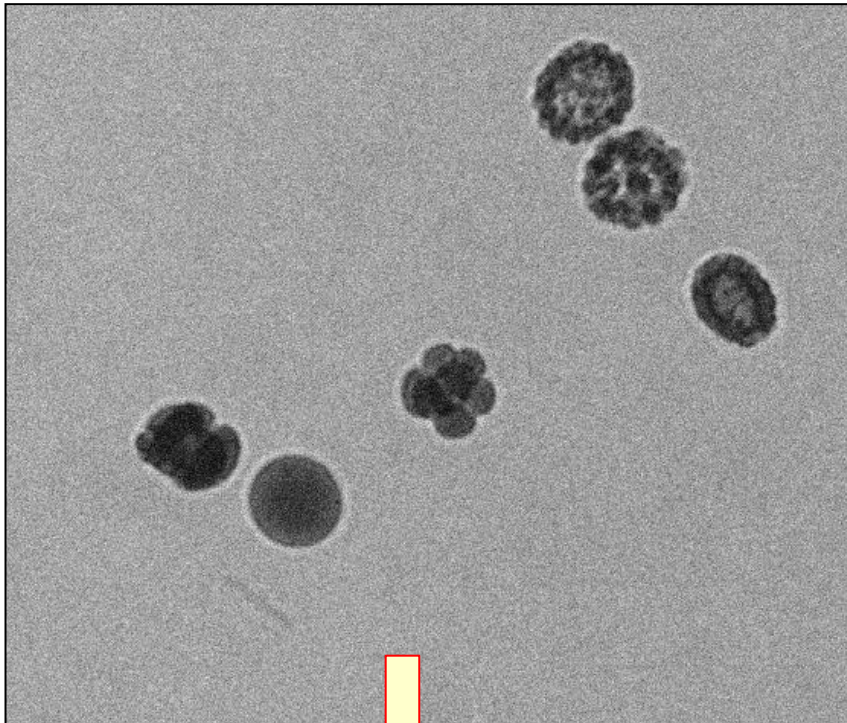


Działanie filtra uśredniającego

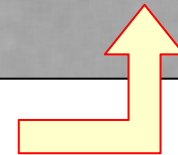
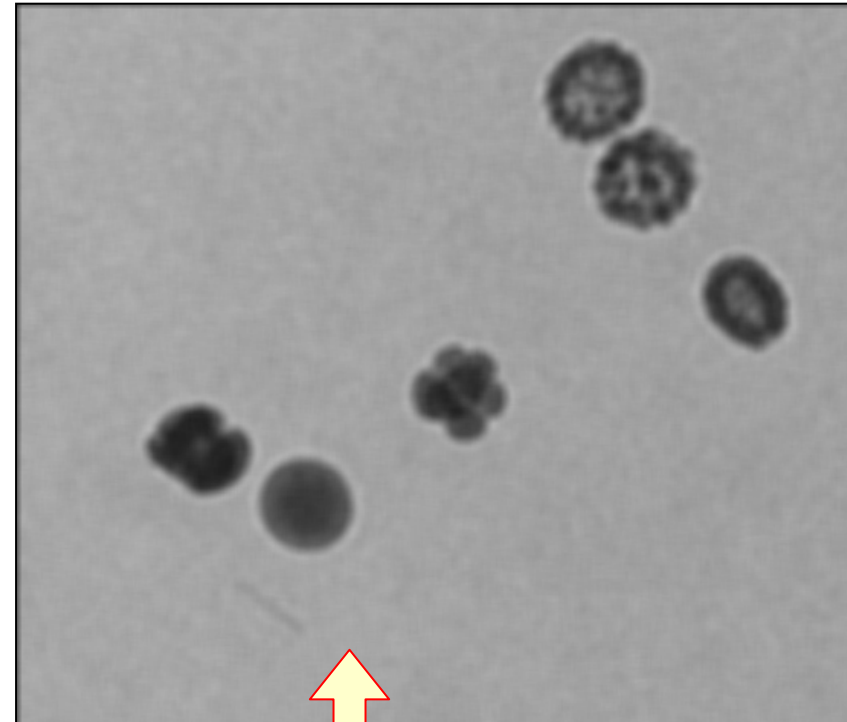




Działanie filtra uśredniającego



Okno uśredniające
64x64



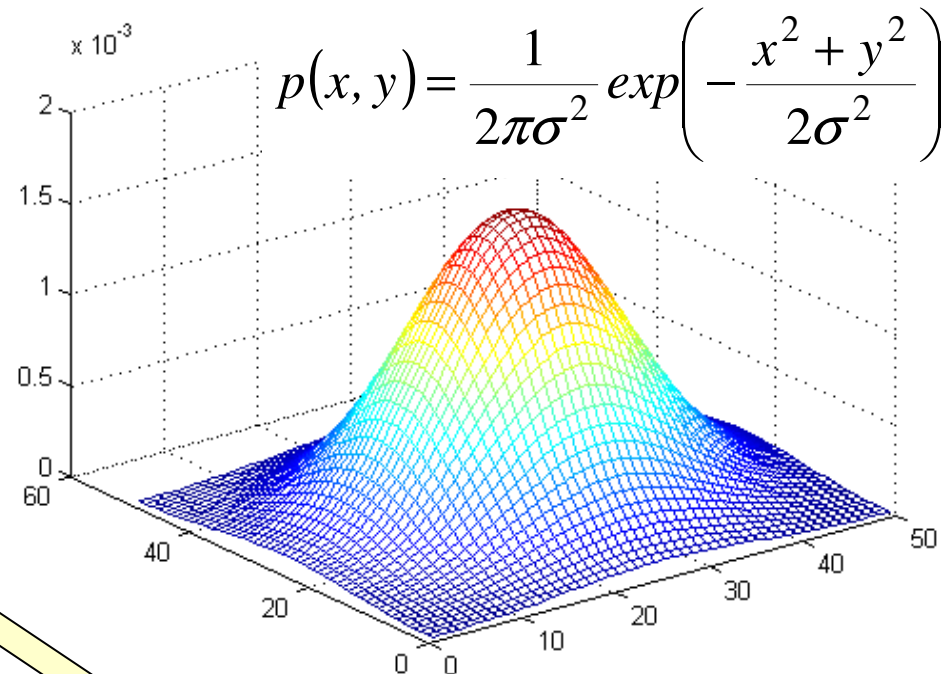


Inne filtry uśredniające – filtr Gaussa (średnia ważona)

$$\frac{1}{16} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{1}{96} \times \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 6 & 10 & 6 & 1 \\ \hline 2 & 10 & 16 & 10 & 2 \\ \hline 1 & 6 & 10 & 6 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Maski przybliżające kształt funkcji Gaussa dla siatki dyskretnej



Maski o całkowitych współczynnikach wymagają mniejszego nakładu obliczeń

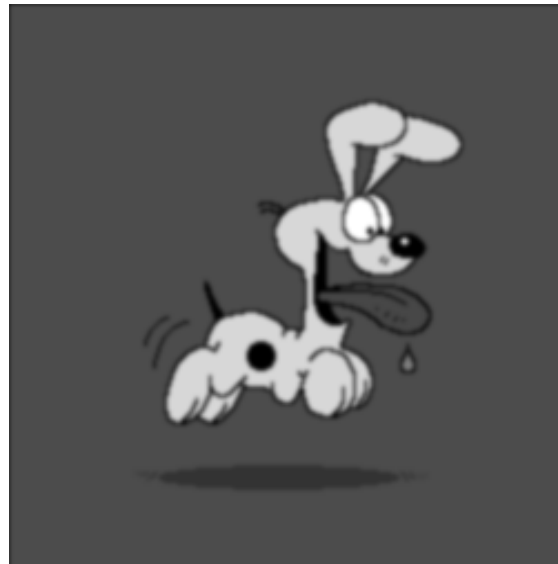




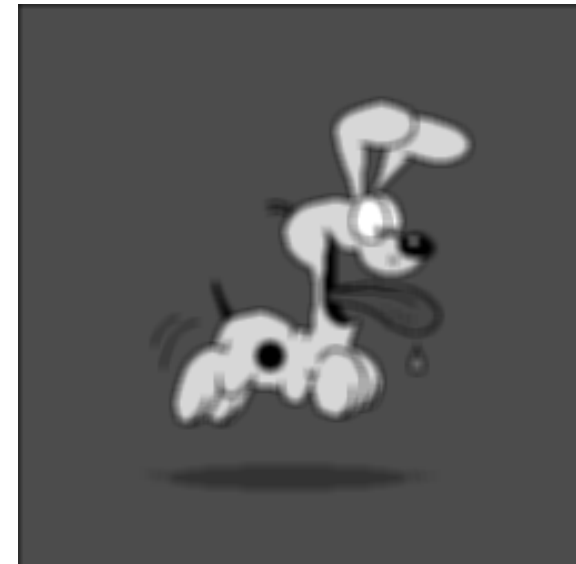
Inne filtry uśredniające – filtr Gaussa (średnia ważona)



Oryginał



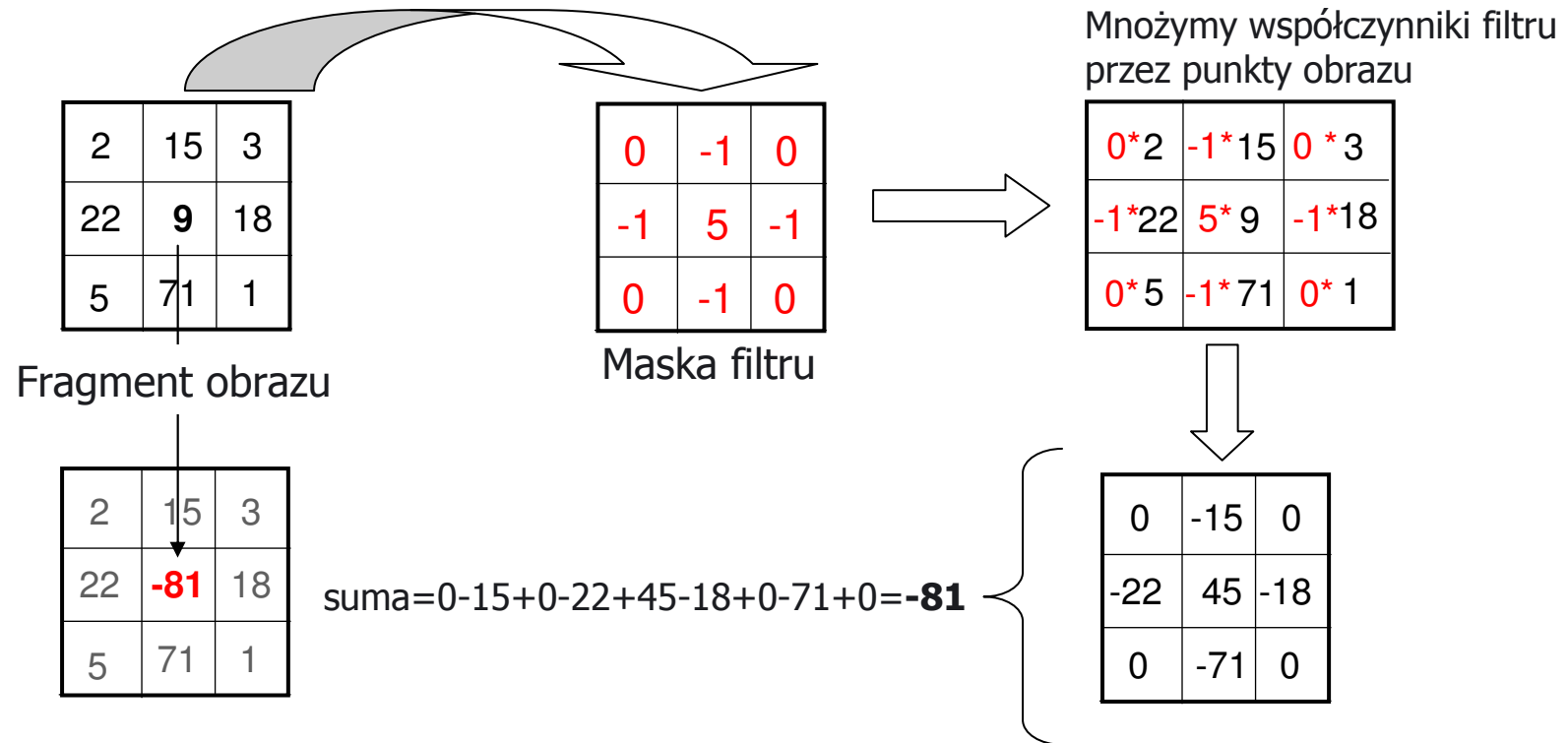
Filtr Gaussa 5x5, $\sigma=1$



Filtr uśredniający 5x5



Przykład obliczenia wyniku filtracji liniowej



Jak wyświetlić wynikową jasność w dostępnej skali 0-255?





Splot* (dla dociekliwych)

Formalny zapis liniowej filtracji obrazu jest dany w postaci tzw. funkcji splotowej (ang. *convolution function*).

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} h(k, l) f(x - k, y - l)$$



Splot* (dla dociekliwych)

Dla okna filtracji o rozmiarze 3x3, dla każdego punktu obrazu (x,y) należy wykonać następujące obliczenia

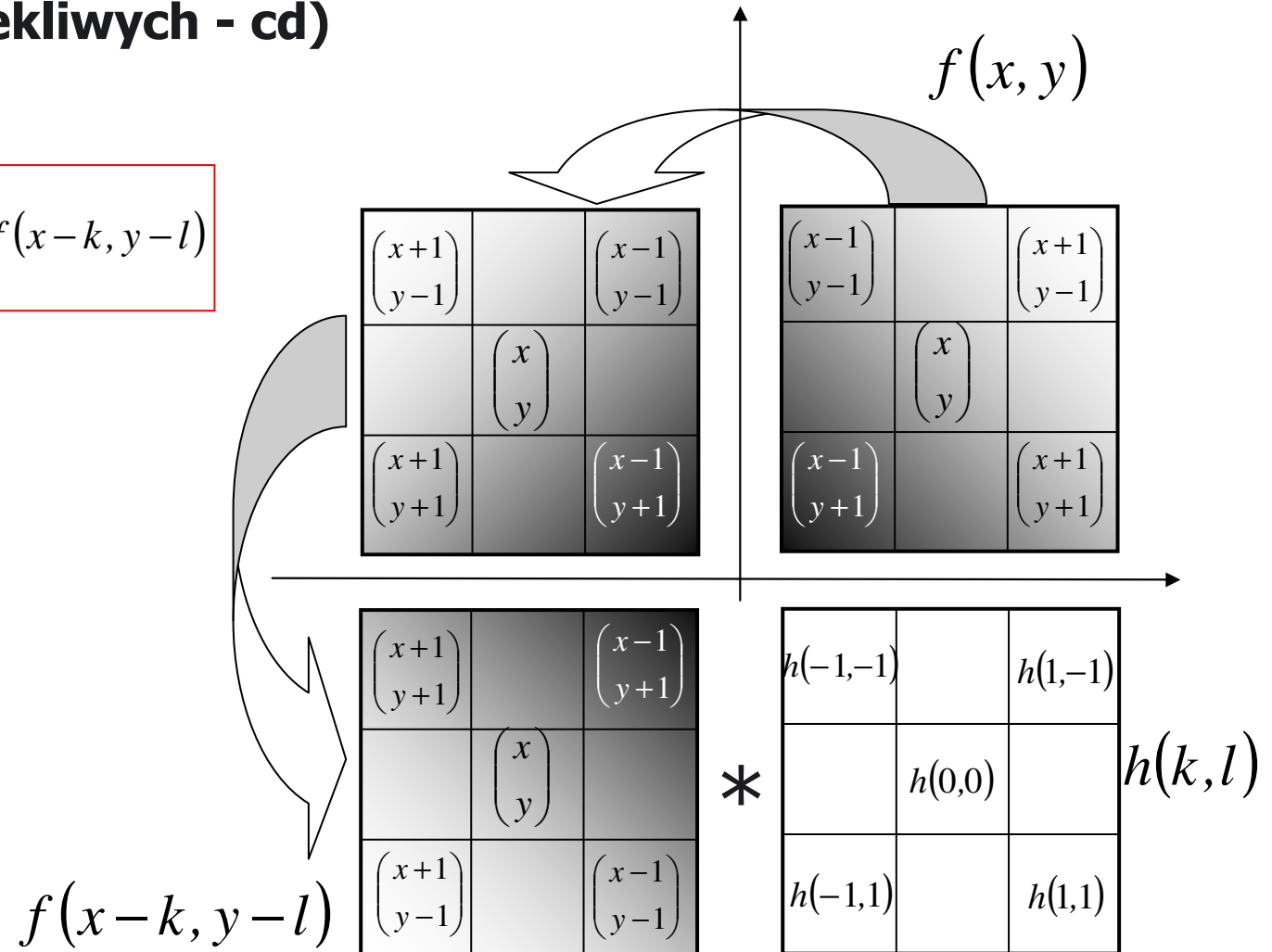
$$\begin{aligned} g(x, y) &= \sum_{k=-1}^1 \sum_{l=-1}^1 h(k, l) f(x - k, y - l) = \\ &= h(-1, -1) f(x + 1, y + 1) + h(0, -1) f(x, y + 1) + h(1, -1) f(x - 1, y + 1) + \\ &+ h(-1, 0) f(x + 1, y) + h(0, 0) f(x, y) + h(1, 0) f(x - 1, y) + \\ &+ h(-1, 1) f(x + 1, y - 1) + h(0, 1) f(x, y - 1) + h(1, 1) f(x - 1, y - 1) \end{aligned}$$

np. dla obrazu o rozmiarze 512x512 i okna filtracji 3x3 należy wykonać $510 \cdot 510 \cdot 9 = 2\,340\,000$ mnożeń i dodawań



Splot* (dla dociekliwych - cd)

$$g(x, y) = \sum_{k=-1}^1 \sum_{l=-1}^1 h(k, l) f(x - k, y - l)$$

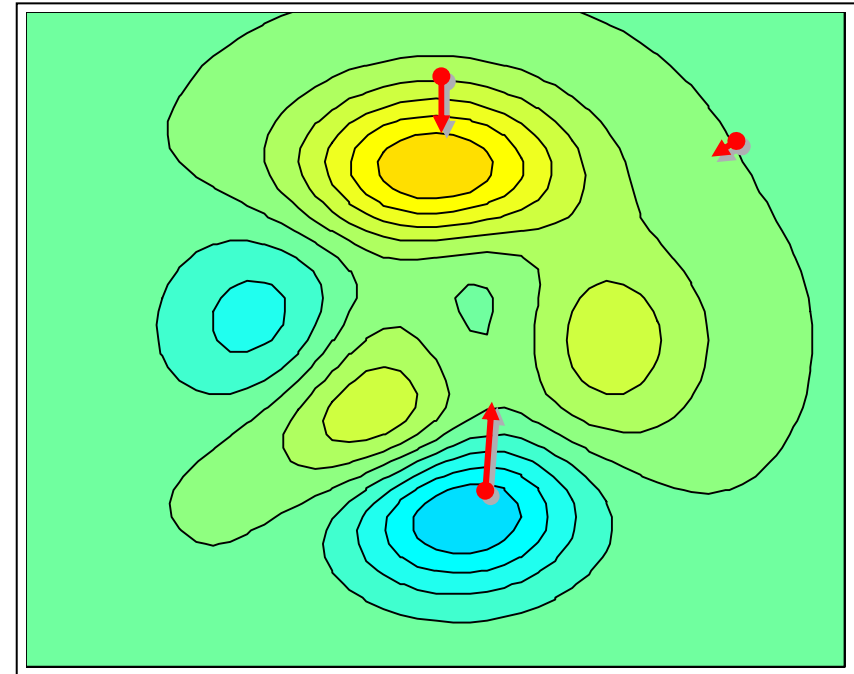


Filtry „wyostrzające”

Filtry „wyostrzające” polegają na wyznaczeniu **gradientu** obrazu:

$$\nabla f = G_x \vec{i}_x + G_y \vec{i}_y = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i}_x + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{i}_y$$

Gradient to wektor wskazujący kierunek najszybszego przyrostu funkcji



Moduł gradientu – jest dobrą miarą szybkości przyrostu funkcji:

$$|\nabla f| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} \cong |\Delta f_x| + |\Delta f_y|$$



Filtry „wyostrzające”

Dla $\Delta x=1$:

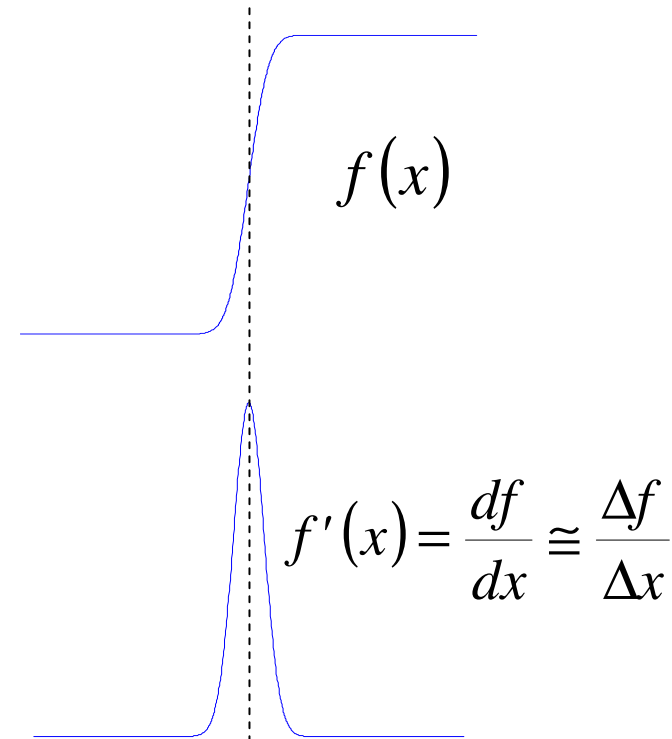
$$f'(x) \cong \frac{\Delta f}{\Delta x} = f(x, y) - f(x+1, y)$$

Odpowiada to współczynnikom filtru:

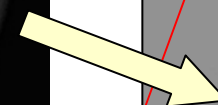
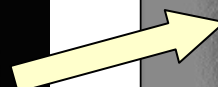
1	-1
---	----

Podobnie dla kierunku y ($\Delta y=1$) :

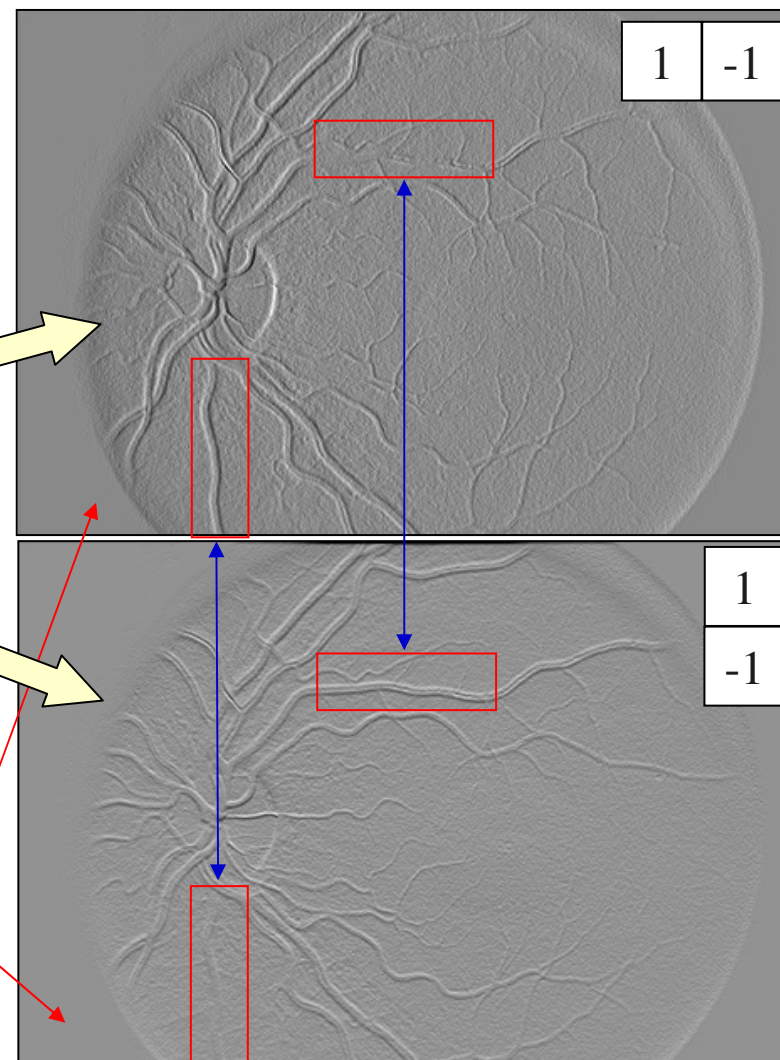
1
-1



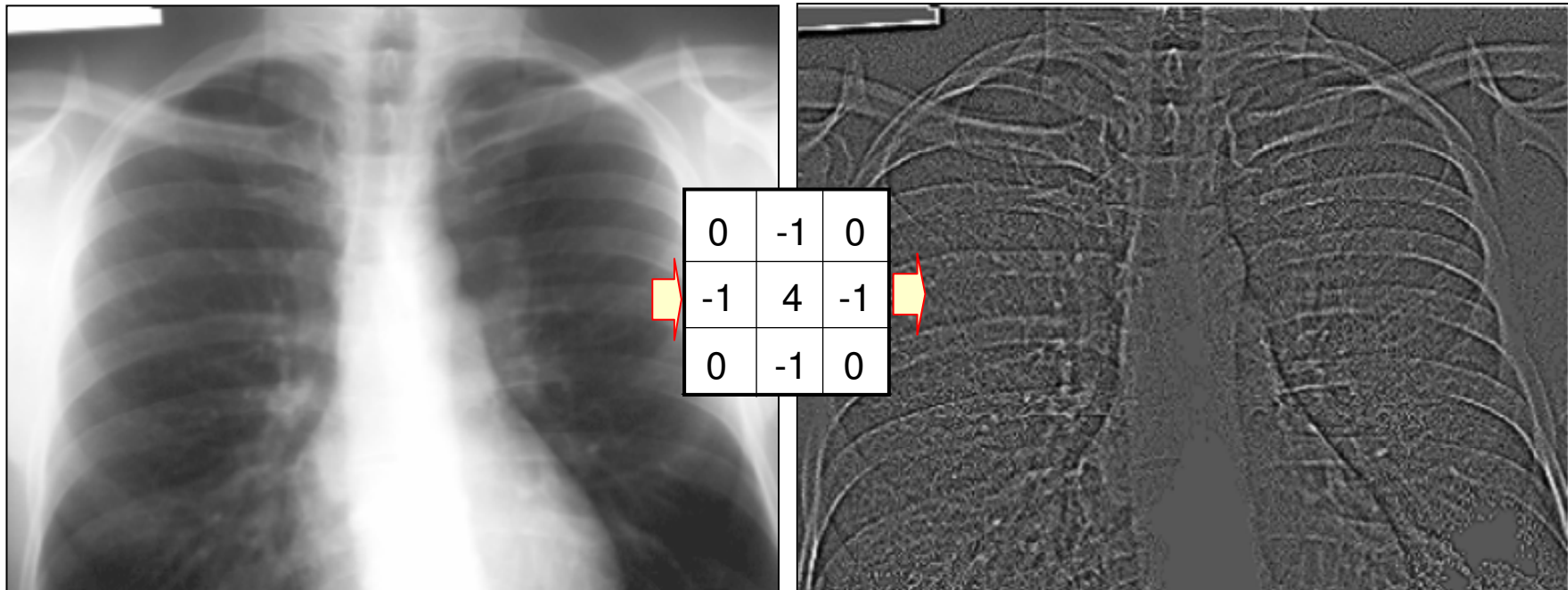
Filtry gradientowe



tzw. obrazy gradientowe



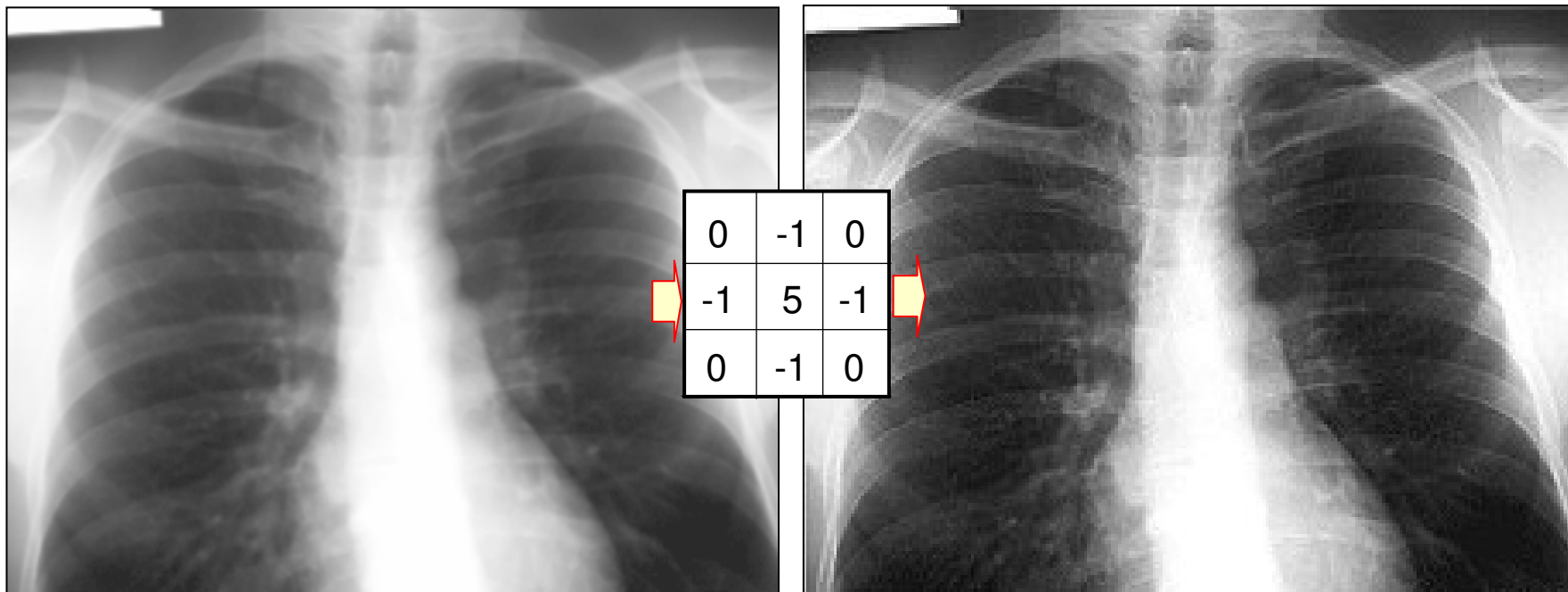
Działanie filtra gradientowego drugiego rzędu



Jak uzasadnić współczynniki tego filtru?

Podpowiedź: należy wyznaczyć drugą pochodną obrazu dla siatki dyskretnej dla obu kierunków i dodać pochodne cząstkowe

Filtr „wyostrzający” zbudowany w oparciu o filtr gradientowy

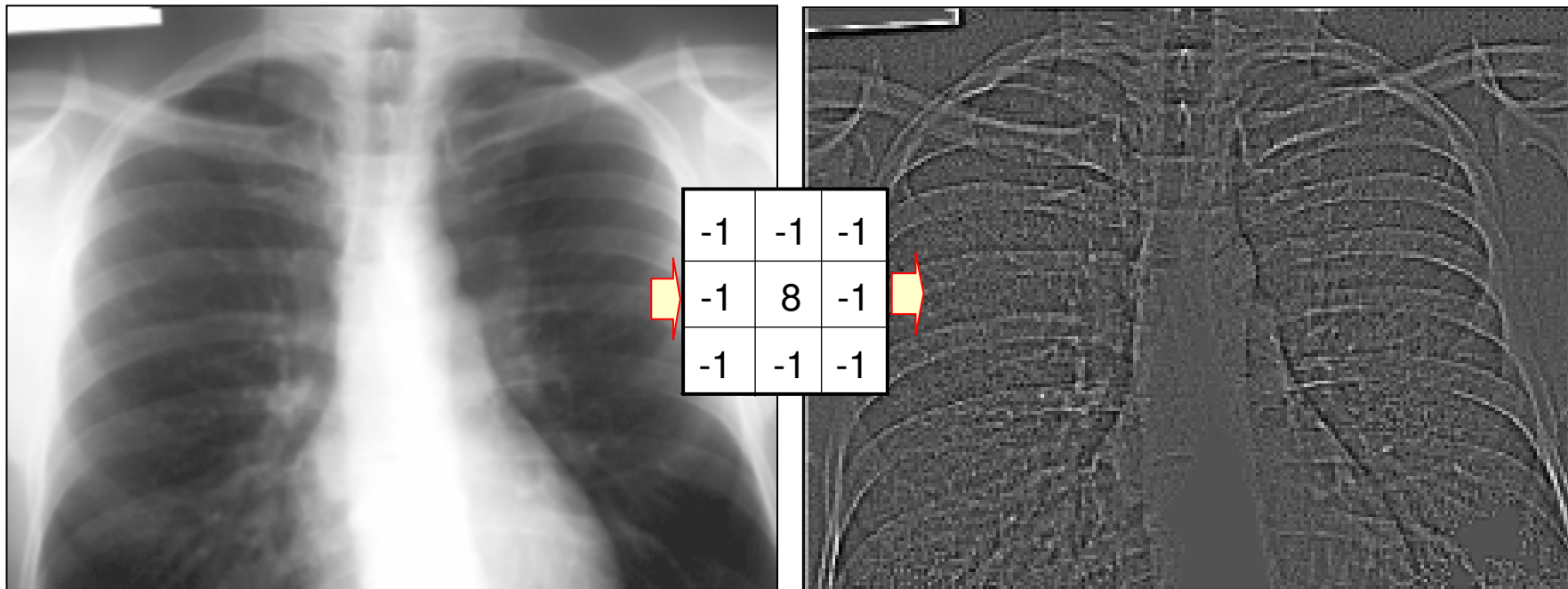


Do obrazu gradientowego drugiego rzędu dodano obraz oryginalny.

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$



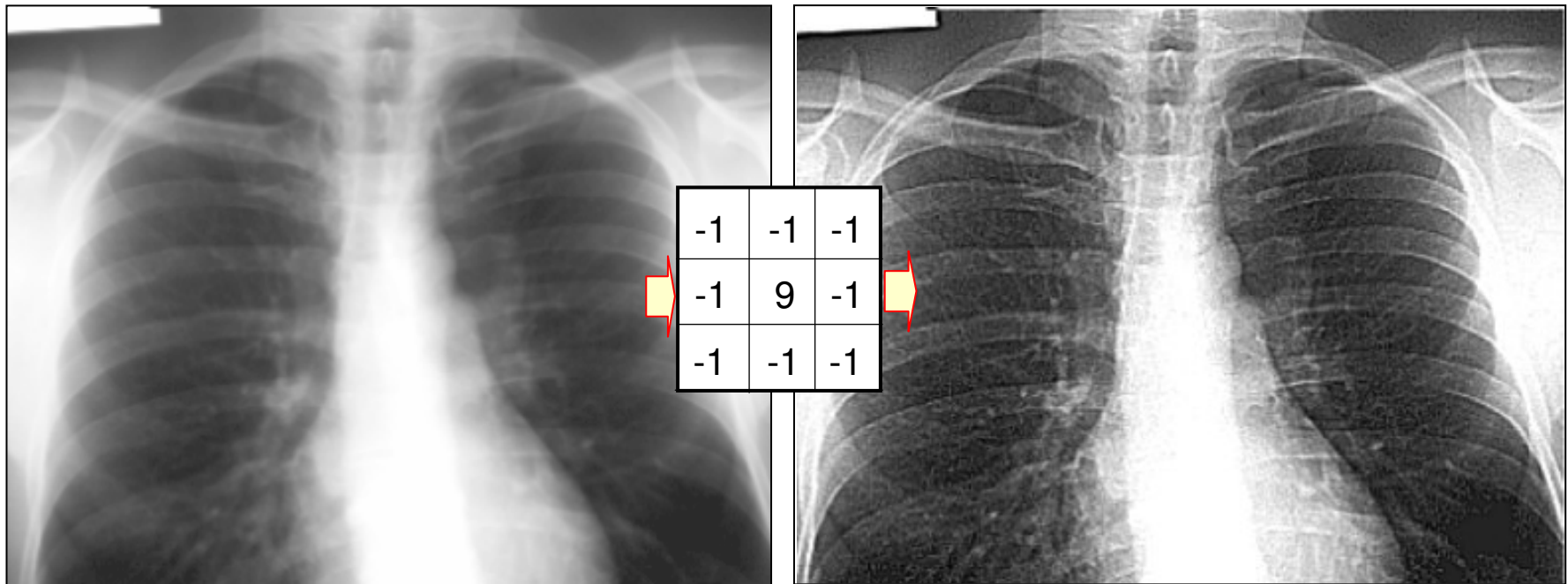
Filtr Laplace'a



Jak uzasadnić współczynniki tego filtru?



Filtr „wyostrzający” Laplace’a

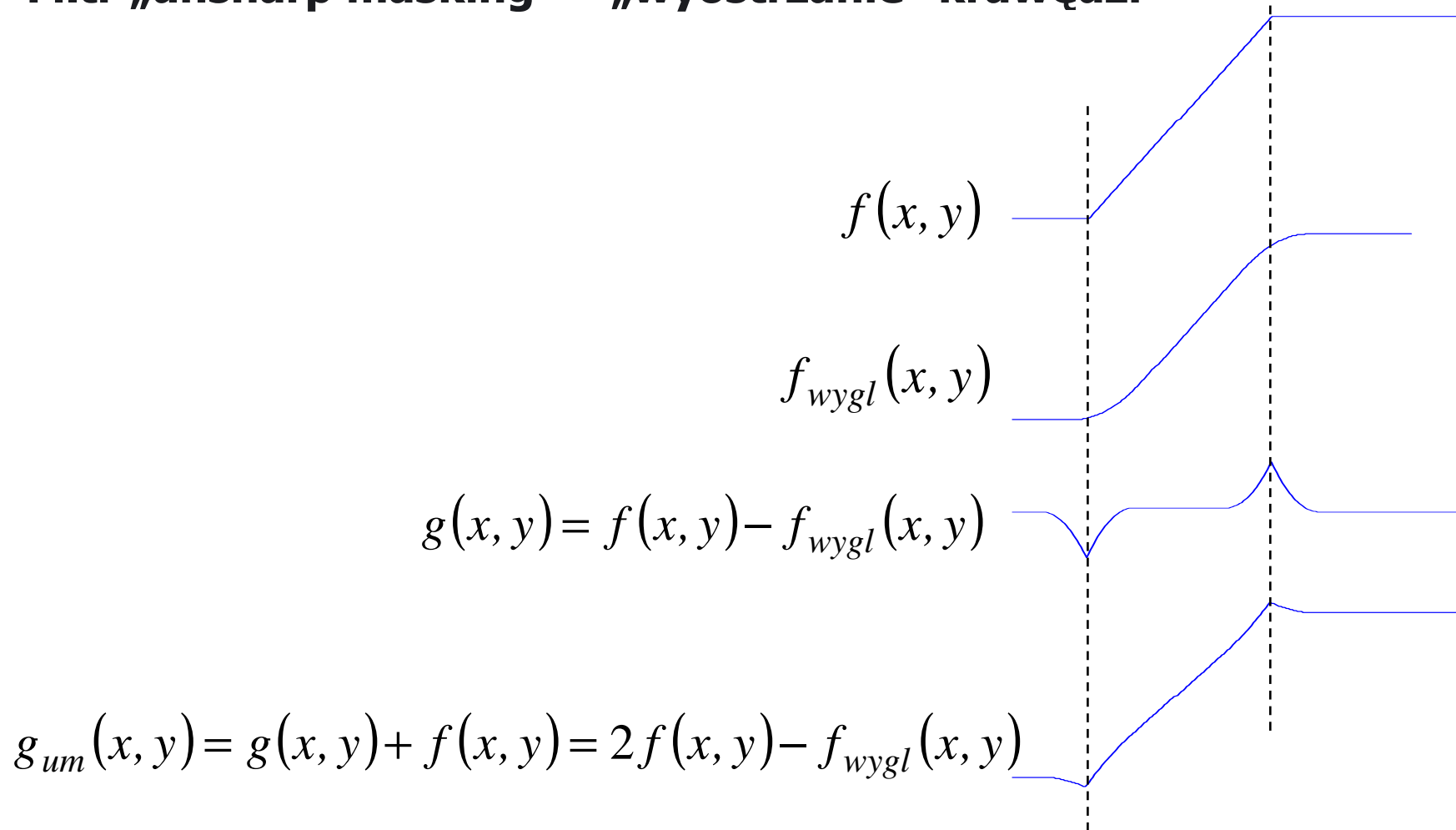


Do obrazu gradientowego drugiego rzędu dodano obraz oryginalny.

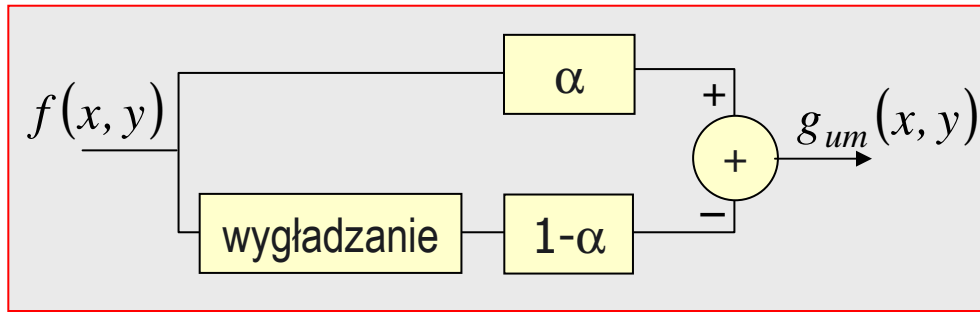
$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$



Filtr „unsharp masking” – „wyostrzanie” krawędzi

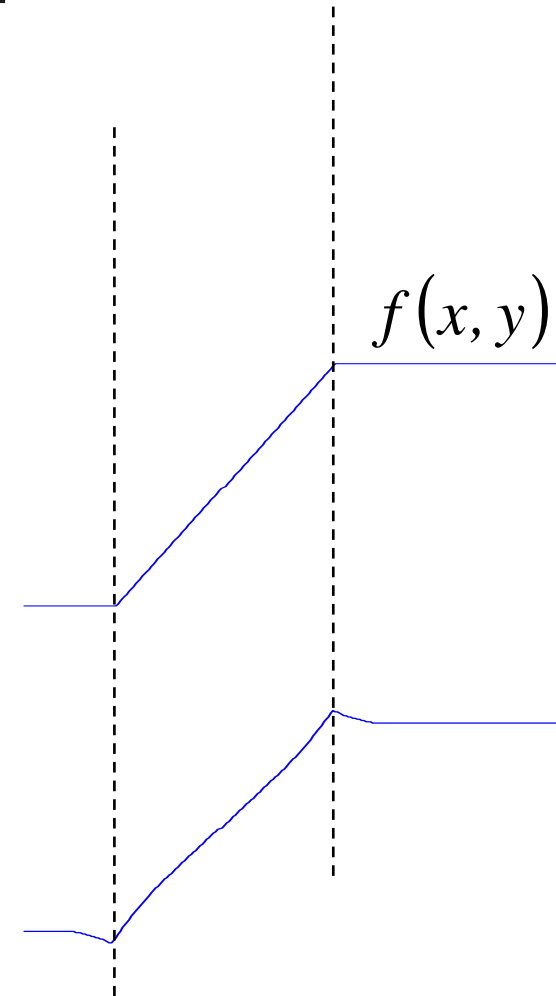


Unsharp masking – „wyostrzanie” krawędzi



Dobór parametru α określa stopień „wyostrzenia” krawędzi

$$g_{um}(x, y) = \alpha f(x, y) - (1 - \alpha) f_{wygl}(x, y), \alpha < 1$$





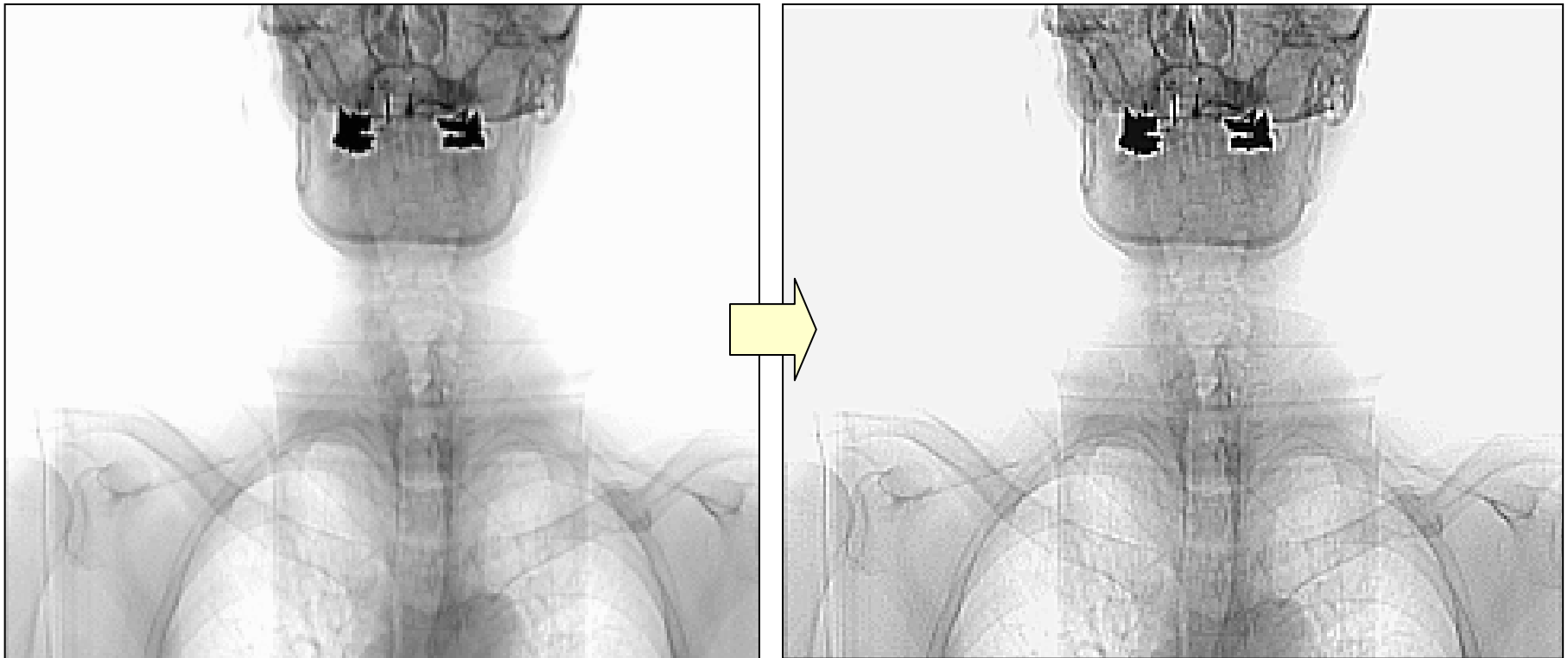
KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Unsharp masking – „wyostrzanie” krawędzi



$$\alpha=2/3$$



Politechnika Łódzka
Instytut Elektroniki

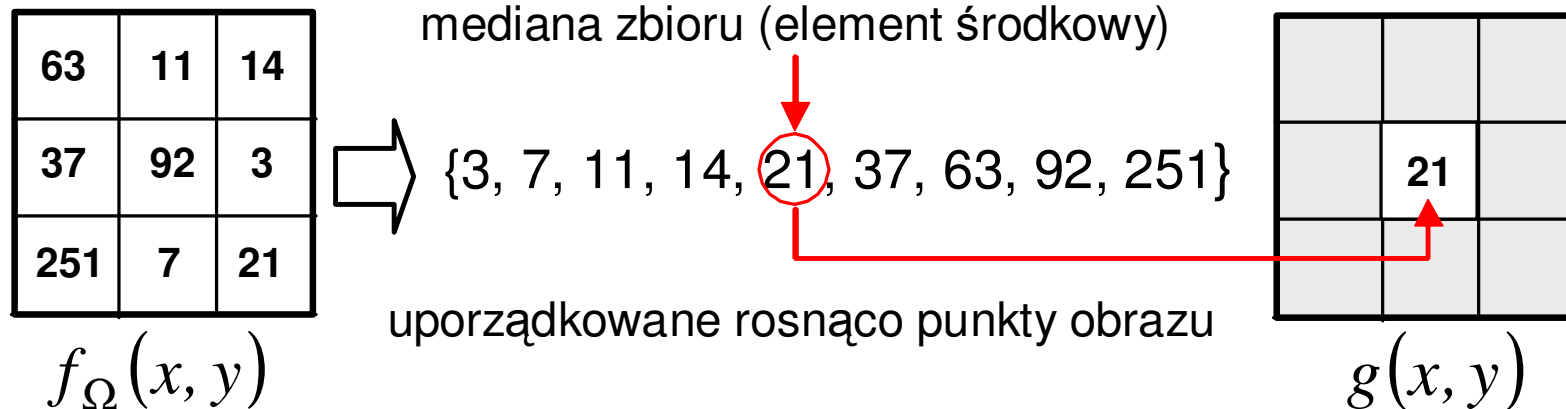
P. Strumiłło, Wstęp do komputerowej analizy obrazów (4)

Filtr medianowy

Filtr nieliniowy, należący do grupy tzw. filtrów o statystyce porządkowej.

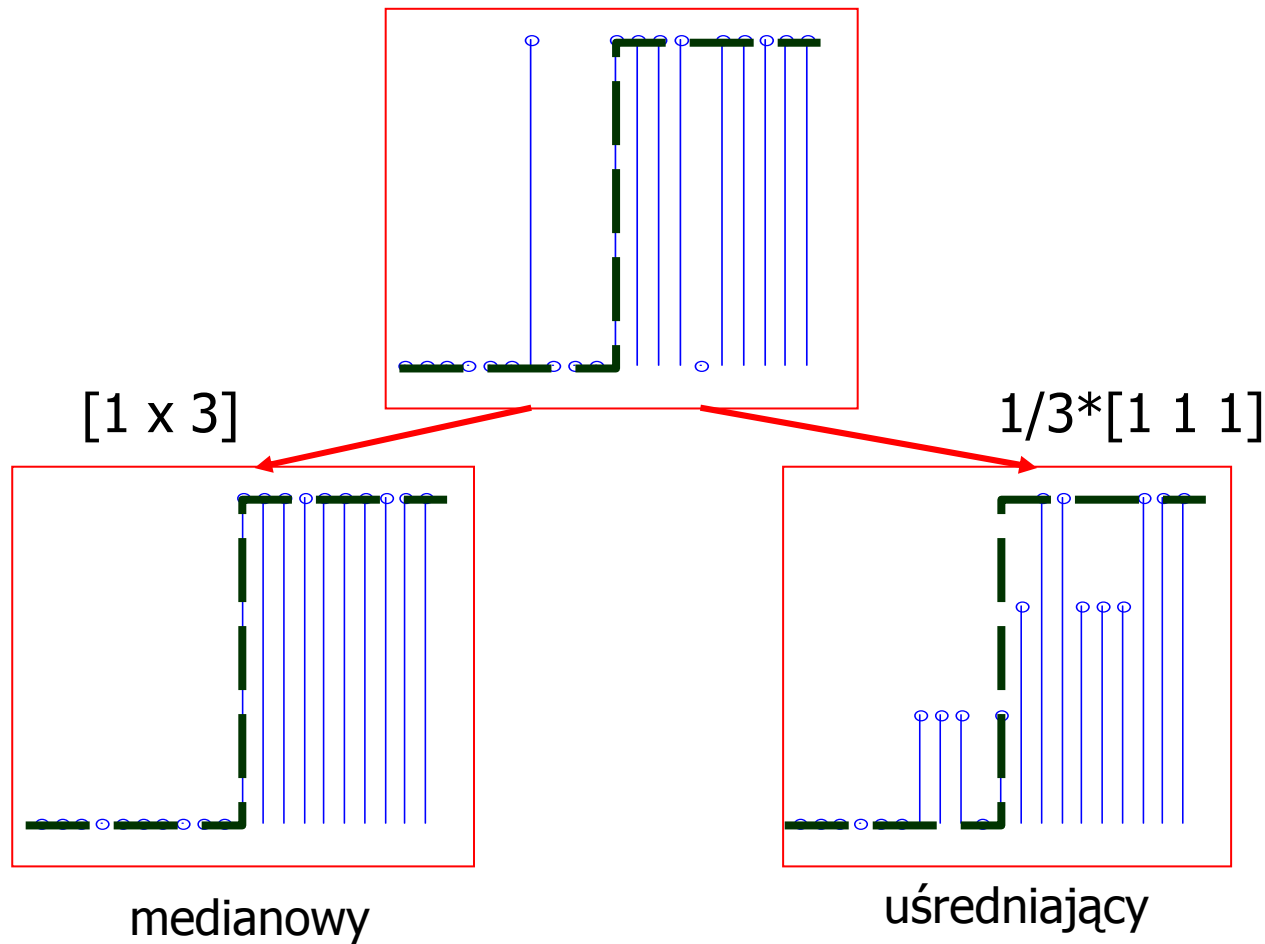
Działanie:

- 1) Uporządkuj rosnąco zbiór elementów
- 2) Wybierz element środkowy (medianę)





Filtr medianowy a filtr uśredniający





Filtr medianowy

Zalety:

- 1) usuwa zakłócenia impulsowe o rozmiarze mniejszym niż połowa okna filtracji (np. zakłócenie „sól i pieprz”)
- 2) zachowuje położenie i „ostrość” brzegów obrazu
- 3) wynik filtracji jest wyznaczany z obrazu źródłowego (nie ma potrzeby skalowania obrazu po filtracji)

Wady:

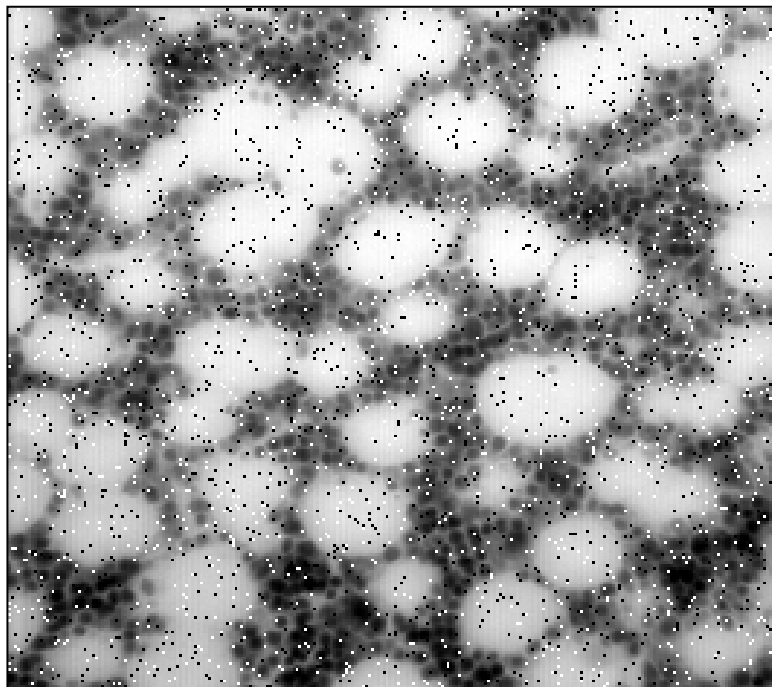
- 1) Duży nakład obliczeń związany z sortowaniem próbek obrazu (ale istnieją algorytmy przyspieszające obliczenia)



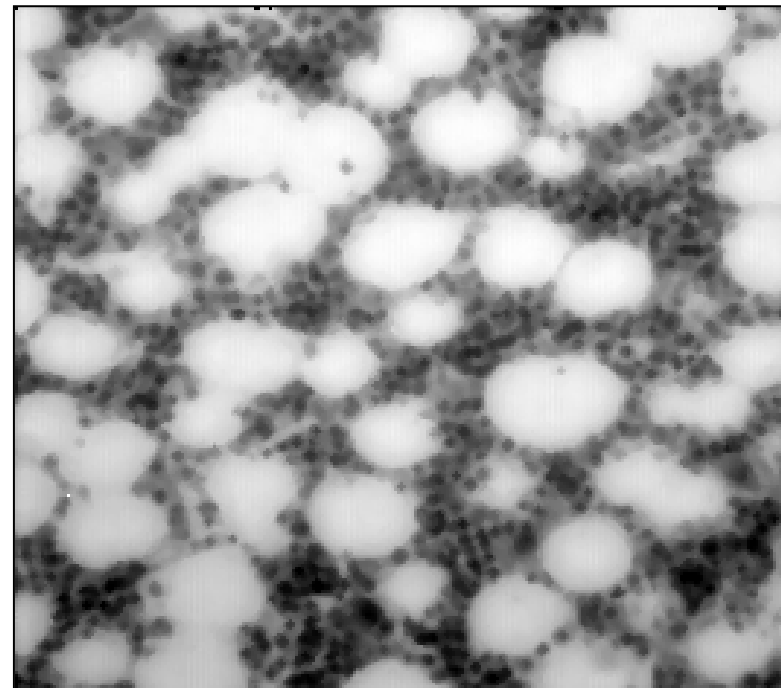


Filtr medianowy

Obrazy szpiku kostnego



Obraz zakłócony



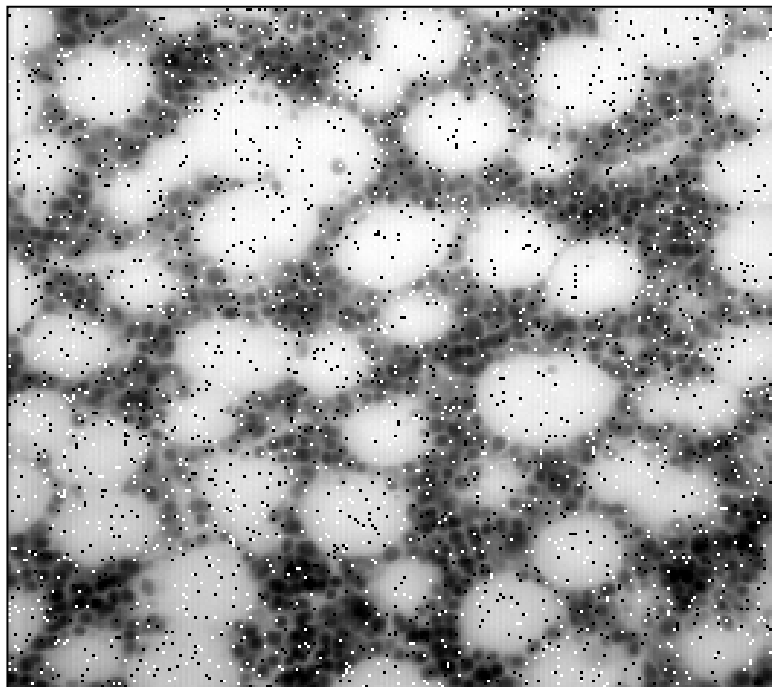
Obraz po filtracji medianowej 3x3



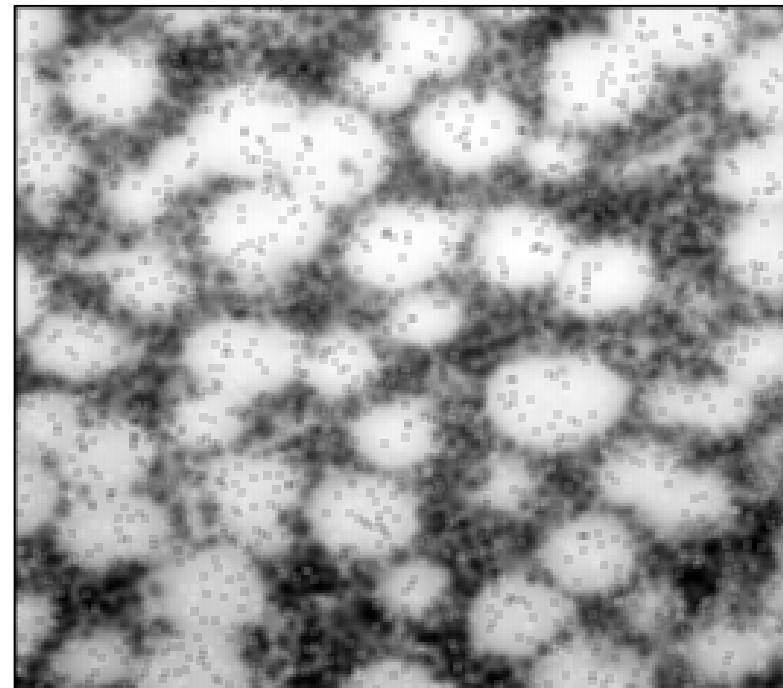


Filtr medianowy

Obrazy szpiku kostnego

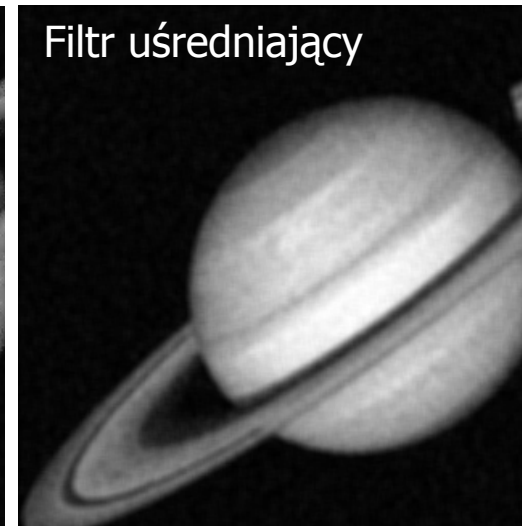
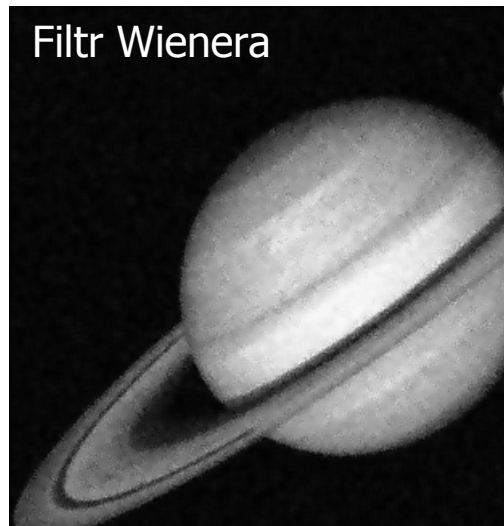
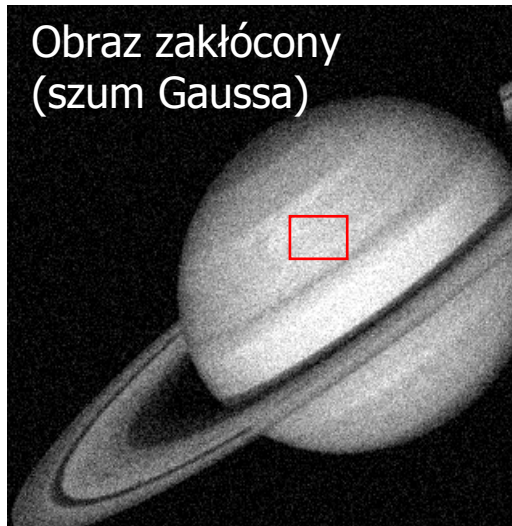


Obraz zakłócony



Obraz po zastosowaniu filtra
uśredniającego 3x3

Filtr adaptacyjny Wienera



$$g(x, y) = \mu + \frac{\sigma^2 - n^2}{\sigma^2} (f(x, y) - \mu)$$

Dla: $n \ll \sigma$, $g(x, y) \cong f(x, y)$
 $n \cong \sigma$, $g(x, y) \cong \mu$

gdzie:

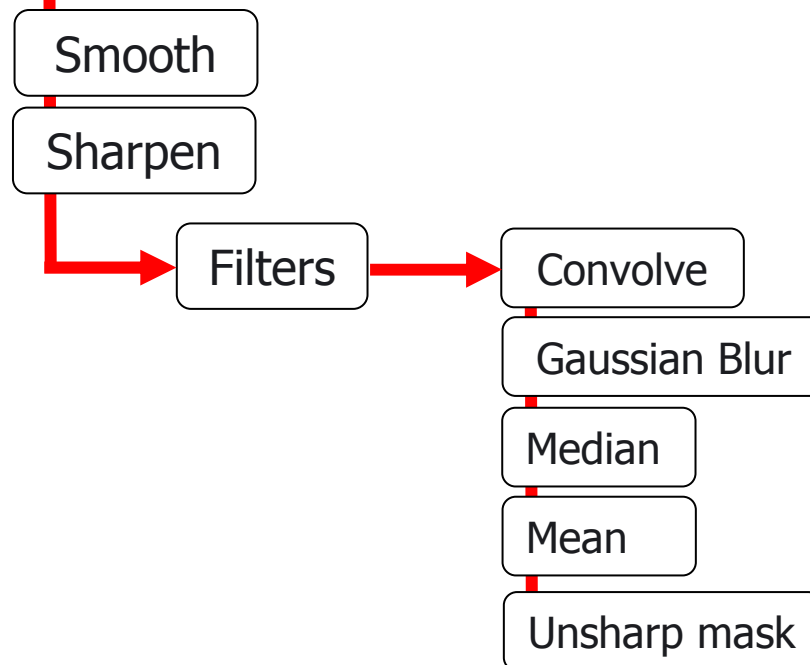
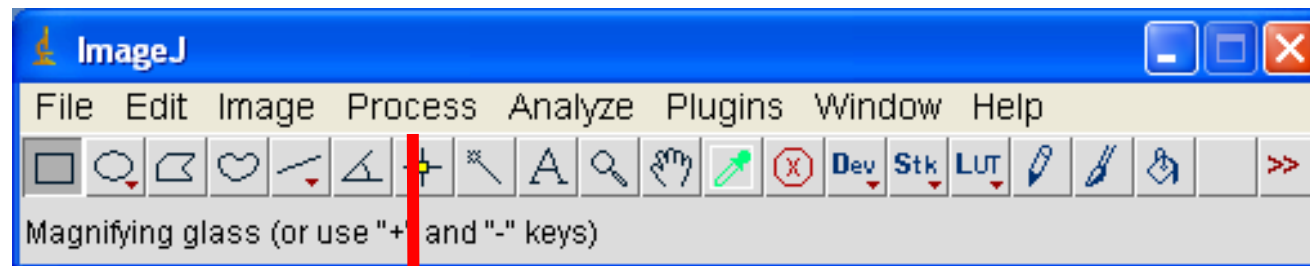
n^2 – jest próbką wariancji zakłócenia

μ – średnia z punktów w oknie filtracji

σ^2 – wariancja z punktów w oknie filtracji



Filtracje przestrzenne – pokaz ImageJ





Podsumowanie

- Cel przetwarzania wstępnego obrazu
- Filtracja przestrzenna jako przekształcenie lokalne obrazu
- Algorytm filtracji liniowej
- Modele zakłóceń obrazu
- Splot (ang. *convolution*)
- Filtry liniowe uśredniające i „wyostrzające” (gradientowe)
- Filtr medianowy
- Filtr adaptacyjny

