

Paweł Strumiłło

# Wstęp do komputerowej analizy obrazów (3)

---

Zadanie nr 13 – Studia podyplomowe: „Przetwarzanie i analiza  
obrazów biomedycznych”



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Prezentacja multimedialna  
współfinansowana przez Unię Europejską  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego  
w projekcie

*„Innowacyjna dydaktyka bez ograniczeń  
– zintegrowany rozwój Politechniki Łódzkiej –  
zarządzanie Uczelnią,  
nowoczesna oferta edukacyjna  
i wzmacniania zdolności do zatrudniania  
osób niepełnosprawnych”*

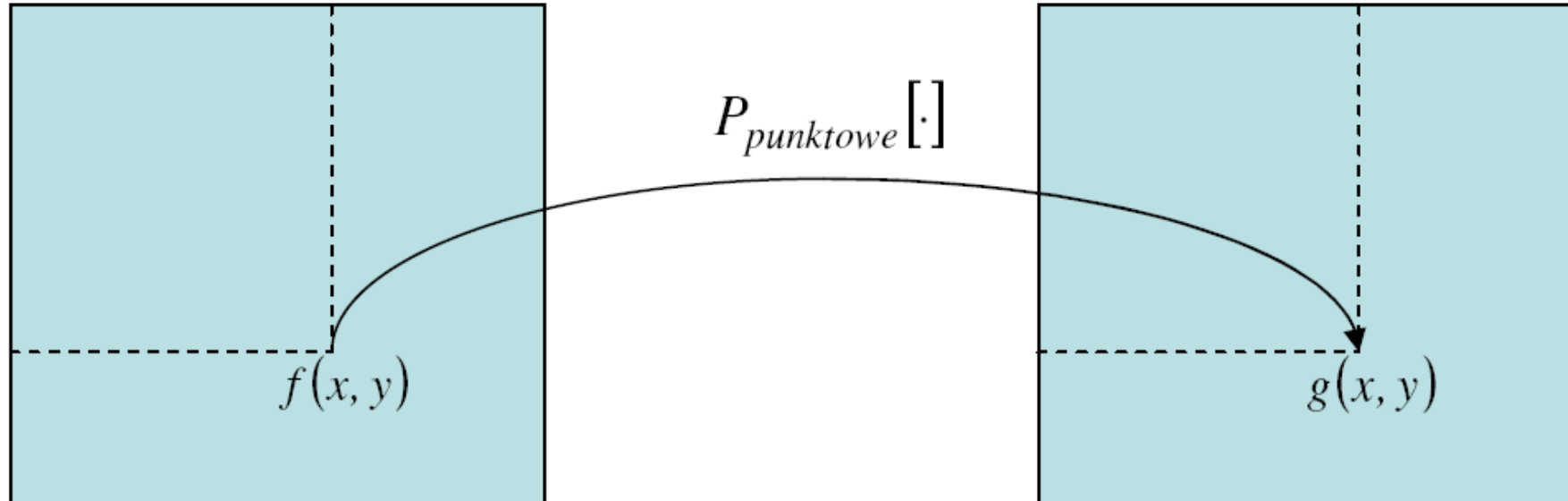


**Politechnika Łódzka**  
Instytut Elektroniki

90-924 Łódź, ul. Żeromskiego 116,  
tel. 042 631 28 83  
[www.kapitalludzki.p.lodz.pl](http://www.kapitalludzki.p.lodz.pl)

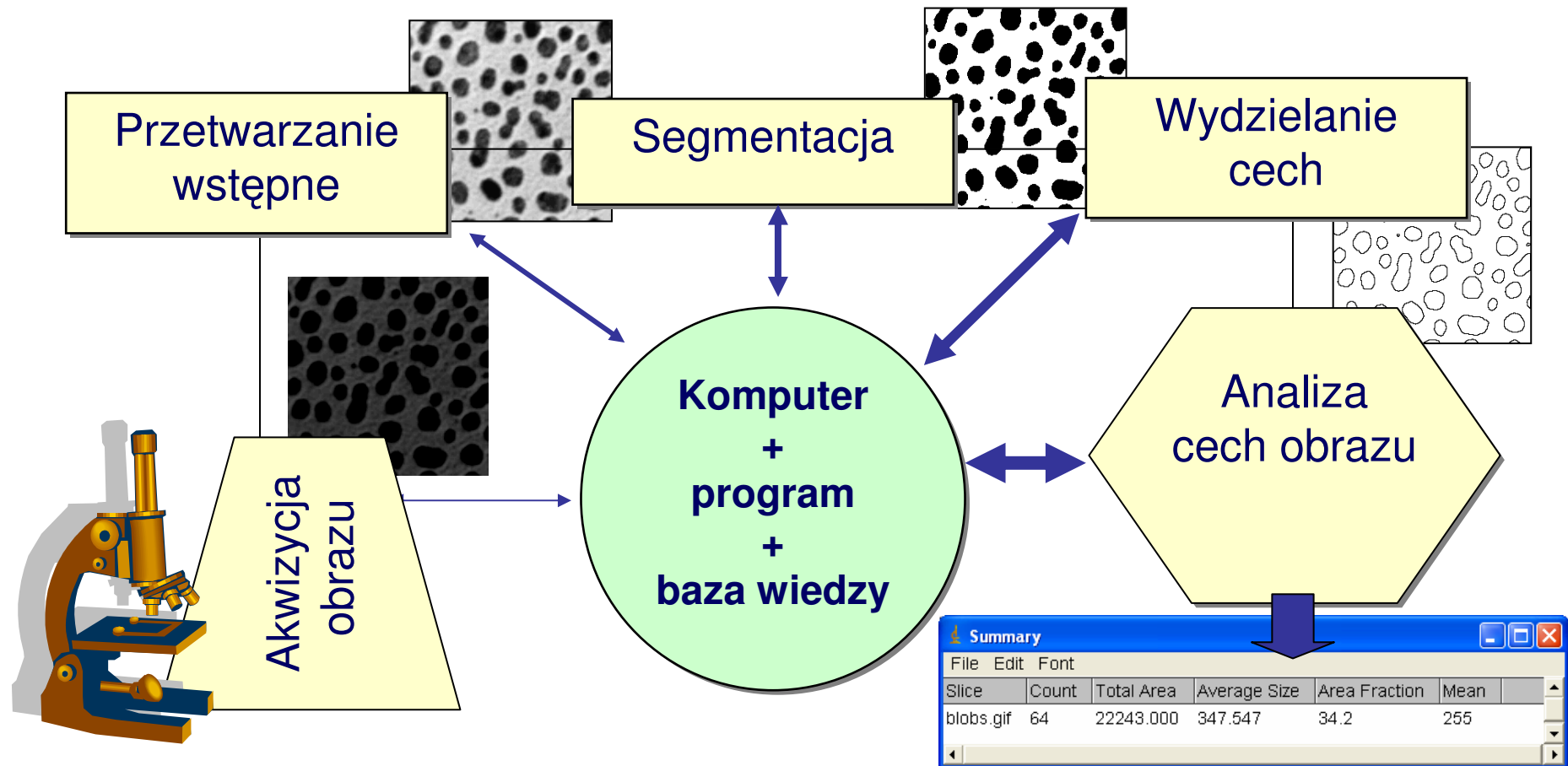


# PRZEKSZTAŁCENIA PUNKTOWE OBRAZU



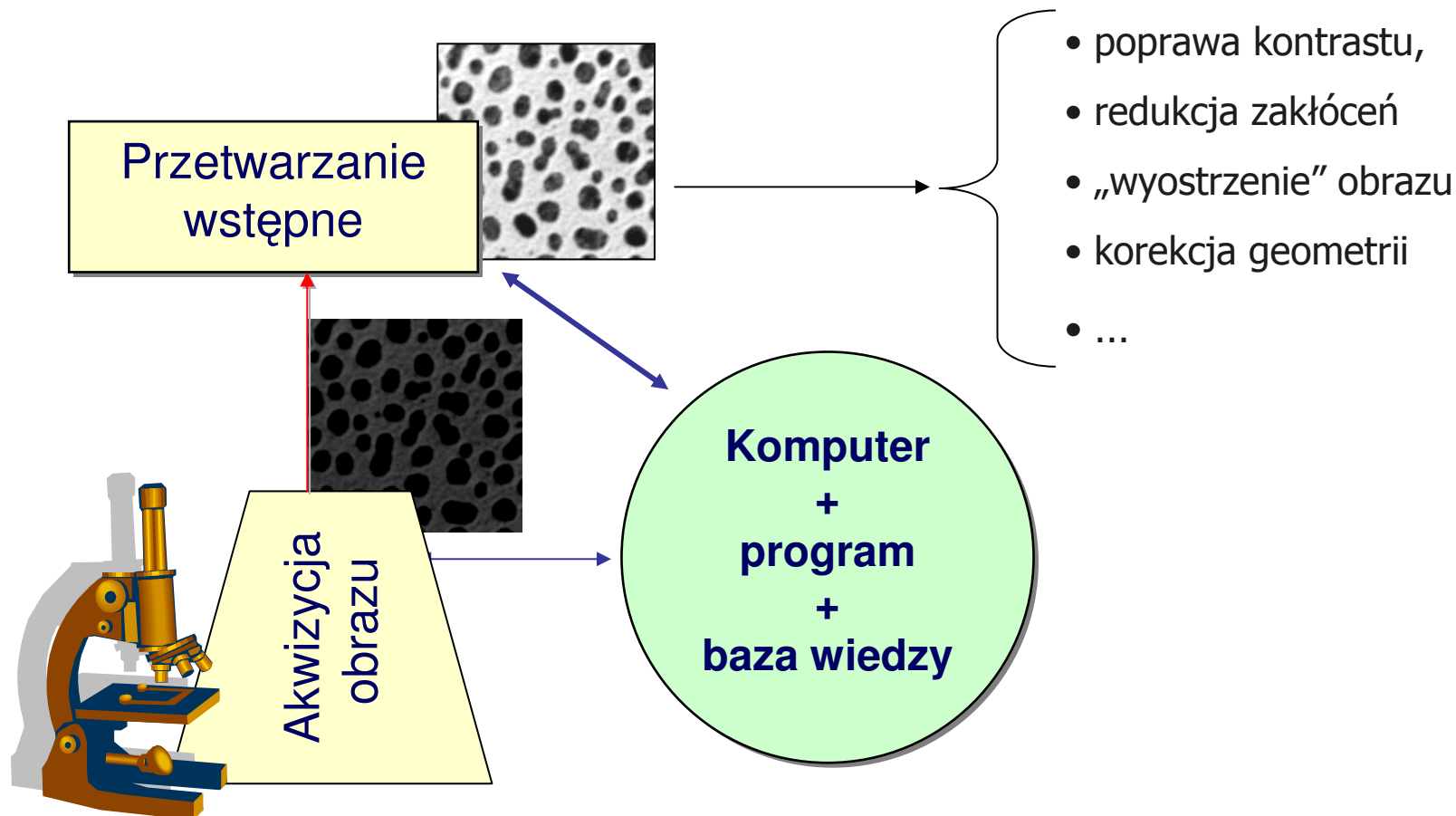


## Przykład komputerowego systemu analizy obrazów



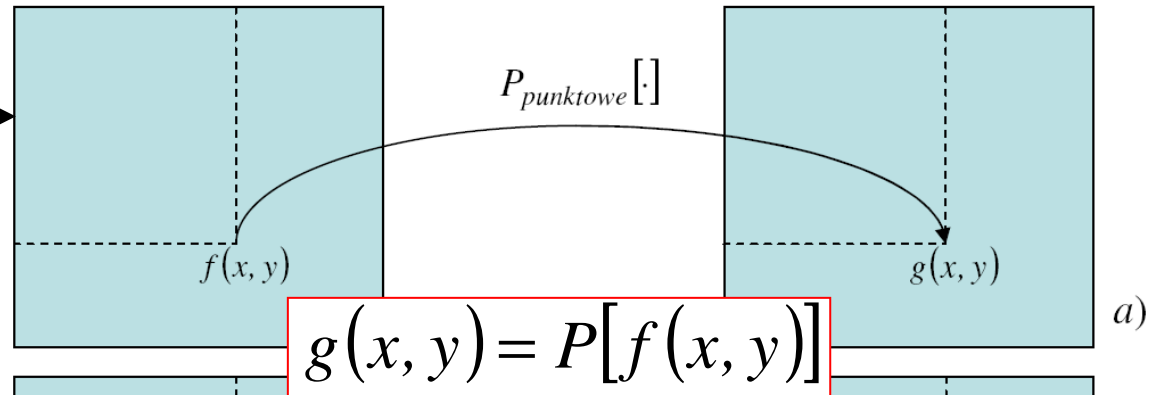


## Przykład komputerowego systemu przetwarzania obrazów

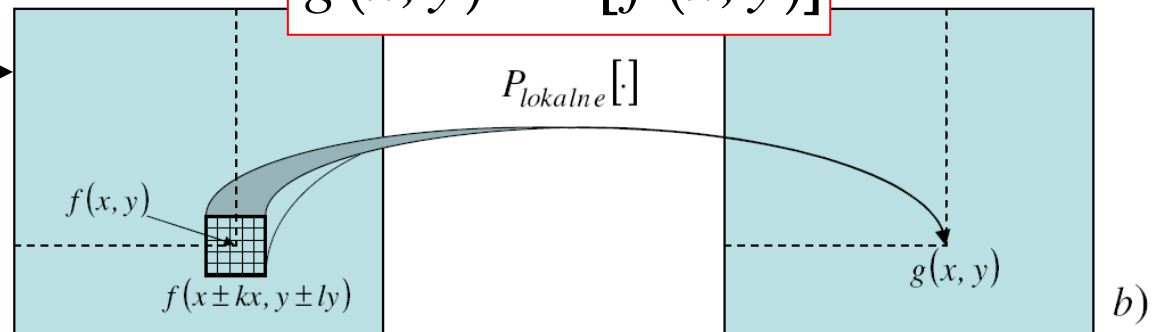


# Przetwarzanie obrazu

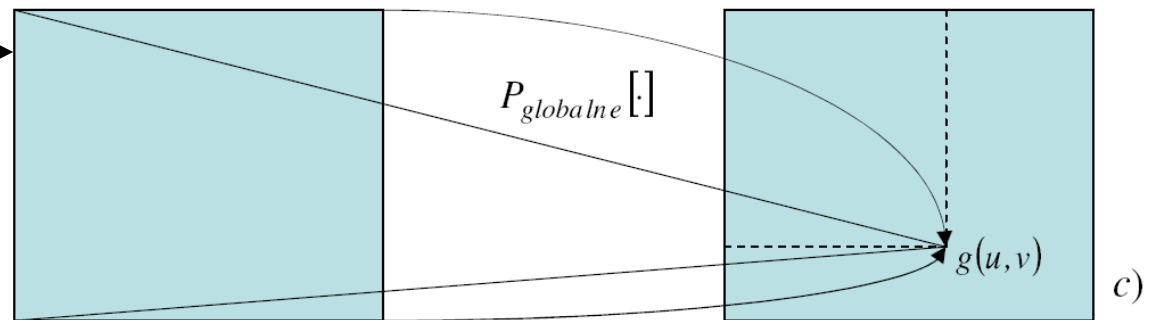
punktowe



lokalne



globalne



## Przetwarzanie punktowe – pierwszy przykład

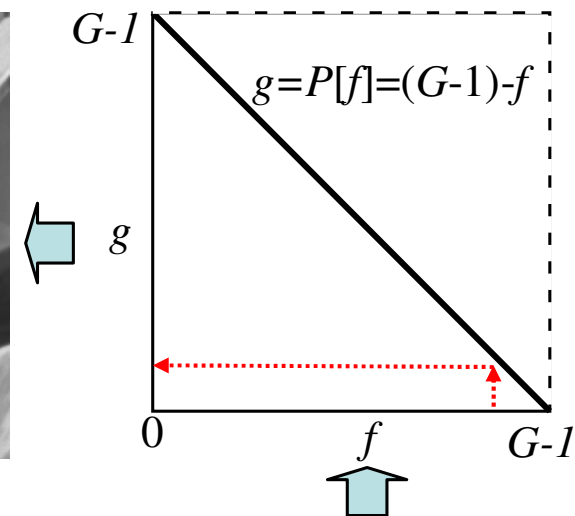
Operator przekształcenia  
nie zależy od współrzędnych  
punktu obrazu a tylko od  
jego jasności:

$$g = P[f]$$



negatyw

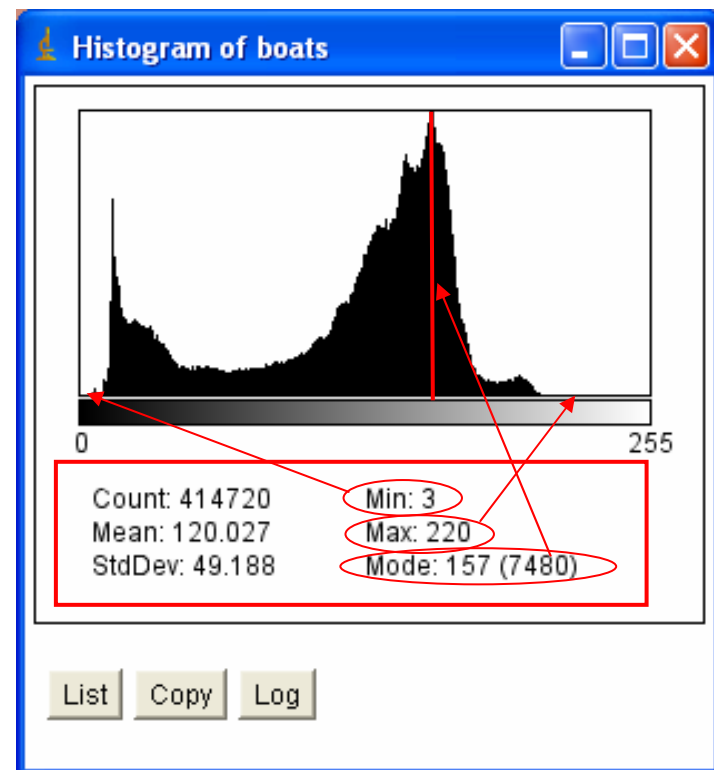
$$g = P[f] = (G - 1) - f$$



Dla lepszego wyjaśnienia tych przekształceń  
wprowadzamy pojęcie **histogramu obrazu**

## Histogram obrazu

**Histogram obrazu** jest wektorem o liczbie elementów równych liczbie dostępnych poziomów jasności obrazu; kolejne elementy histogramu określają licznosc punktów obrazu o jasności  $q$ .

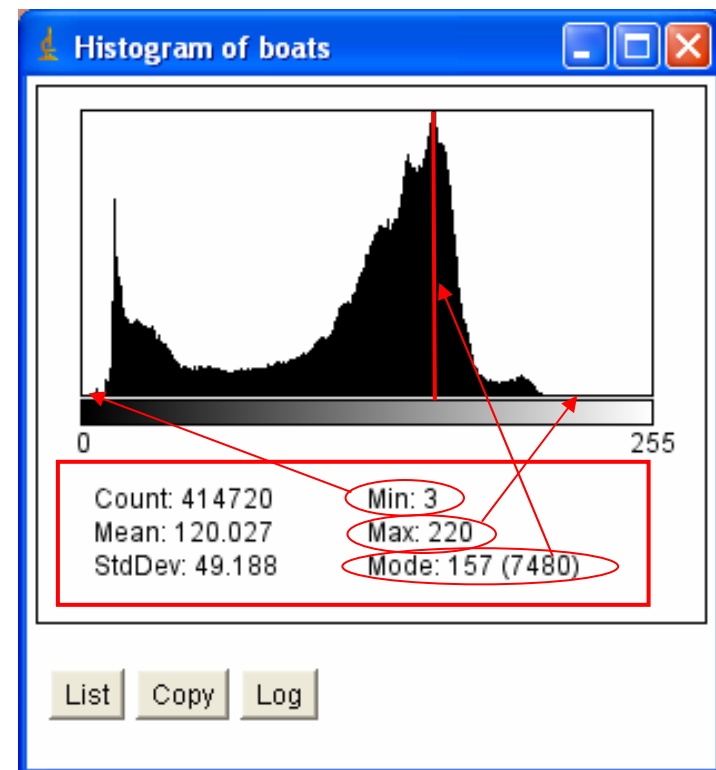


## Histogram obrazu

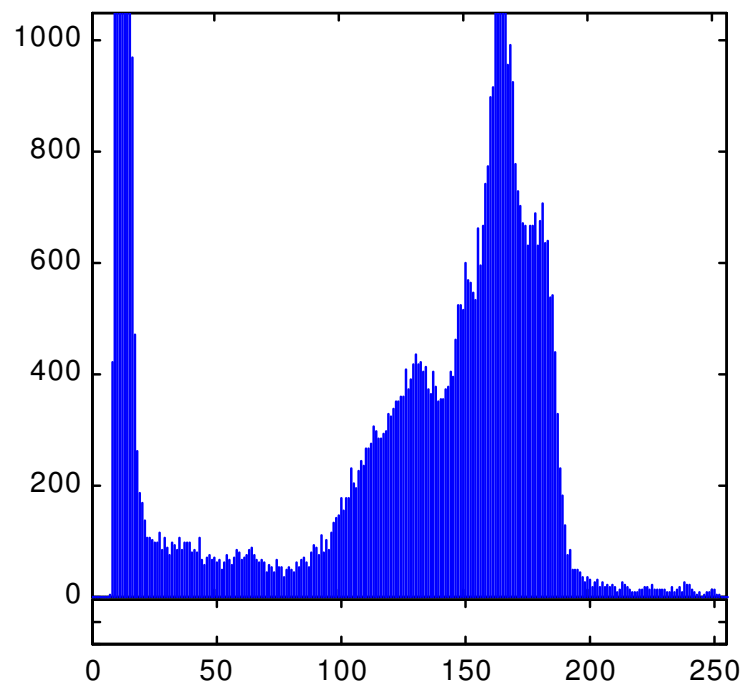
**Histogram obrazu** jest wektorem o liczbie elementów równych liczbie dostępnych poziomów jasności obrazu; kolejne elementy histogramu określają licznosc punktów obrazu o jasności  $q$ .

### Informacje o obrazie na podstawie histogramu :

- dominujące jasności obrazu
- liczba i zakres wykorzystania zakresu dostępnych jasności obrazu
- entropia obrazu
- ale ... nic o strukturze obrazu



## Histogram obrazu



Obydwa  
obrazy  
mają ten  
sam  
histogram



Co można wnioskować o obrazie  
na podstawie histogramu?



## Algorytm wyznaczania histogramu obrazu i histogramu znormalizowanego

```
...  
f: array[0..M-1,0..N-1] of byte;  
hist:   array[0..G-1] of longint;  
histn:  array[0..G-1] of real;  
hist:=0;  
for x:=0 to M-1 do  
  for y:=0 to N-1 do  
    hist(f(x,y)):=hist(f(x,y))+1;  
  end;  
end;  
for i:=0 to G-1 do  
  histn(i):=hist(i)/(M*N);  
end;
```

Funkcja gęstości  
prawdopodobieństwa:

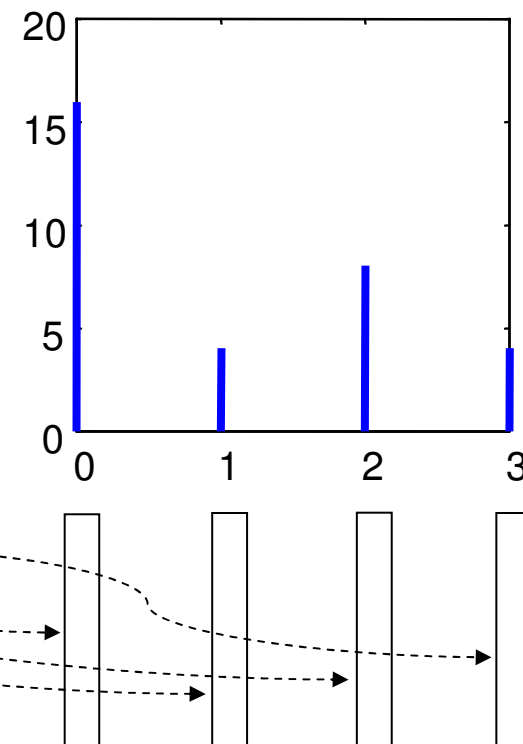
$$\sum_{q=0}^{G-1} histn(q) = 1$$



## Wyznaczanie histogramu obrazu

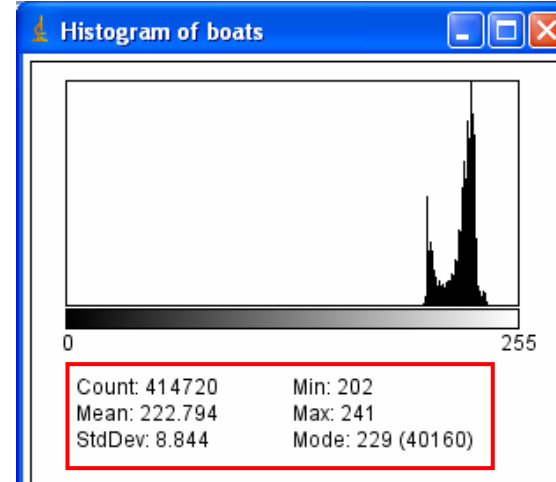
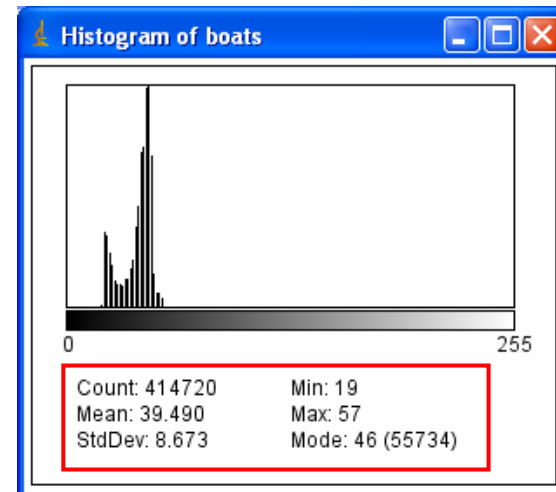
Wyznaczmy histogram obrazu:

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |





## Histogram obrazu – a subiektywna jakość obrazu



## Histogram obrazu – obrazy o małym kontraście

Jasność (średnia):

$$\mu_I = \sum_{q=0}^{G-1} q \cdot \text{histn}(q)$$

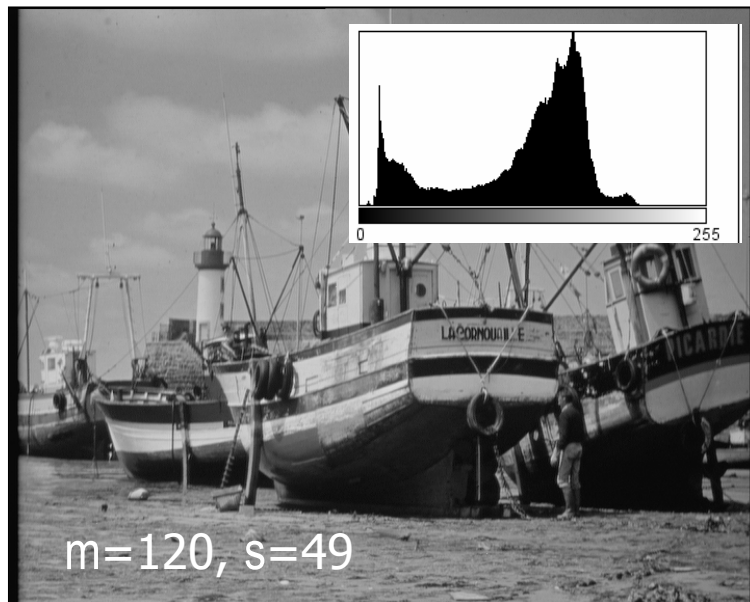
Kontrast (odchylenie standardowe):

$$\sigma_I = \sqrt{\sum_{q=0}^{G-1} (q - \mu_I)^2 \cdot \text{histn}(q)}$$



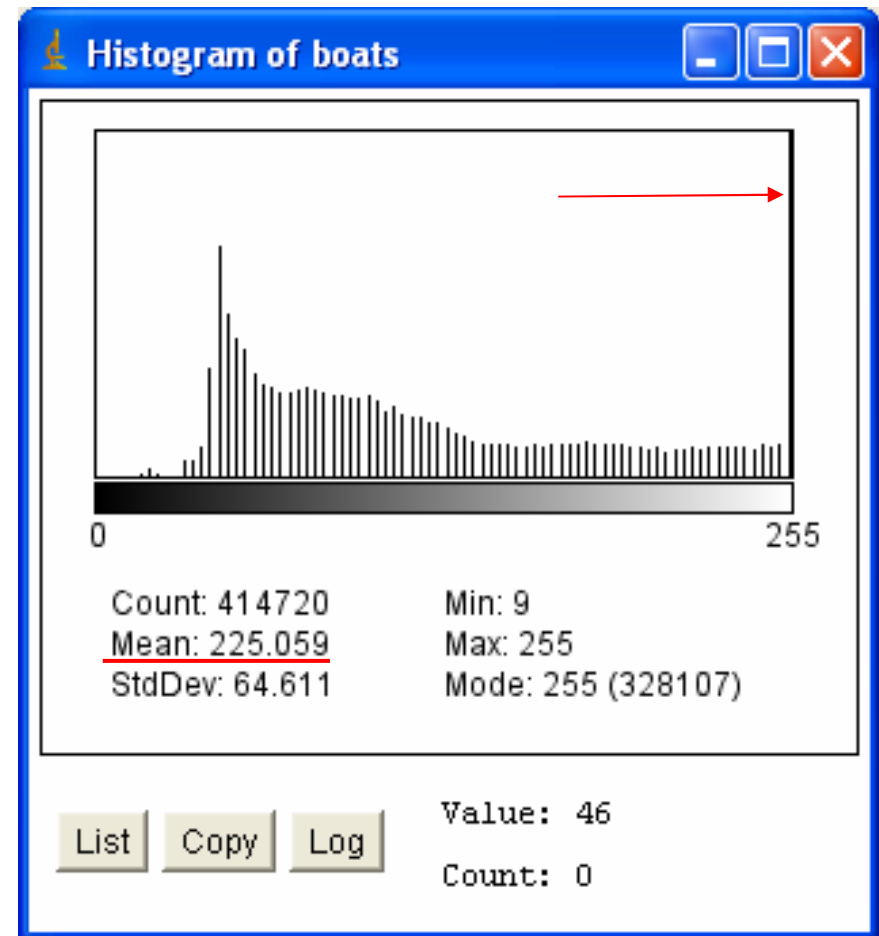


## Histogram obrazu – obrazy o małym kontraście

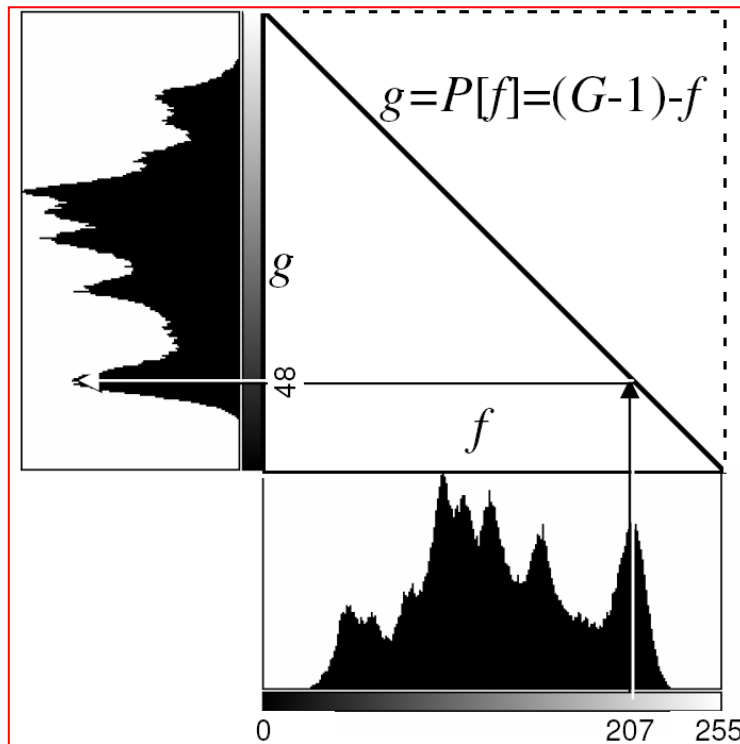




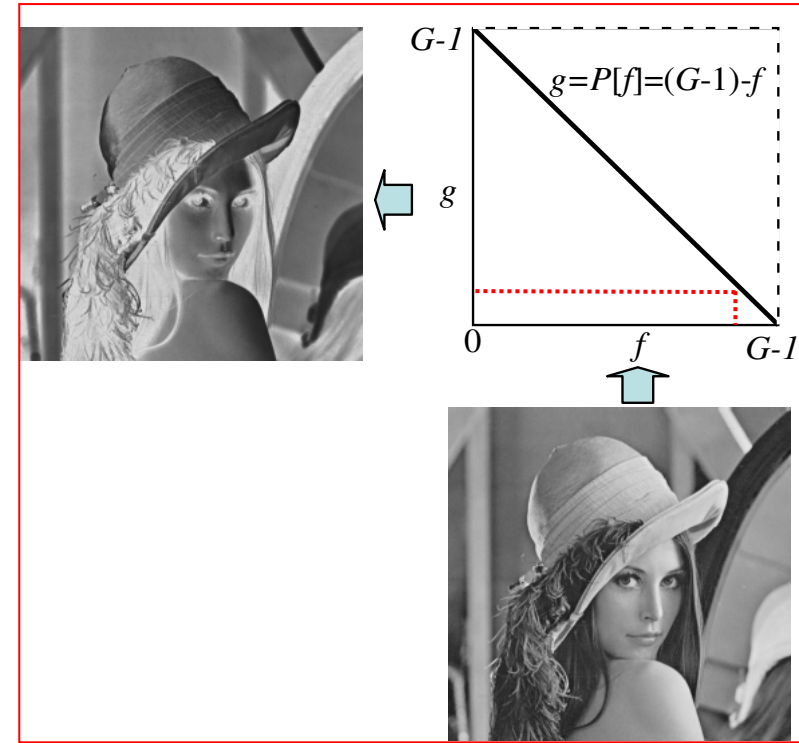
## Histogram obrazu – obraz o zbyt dużym kontraście



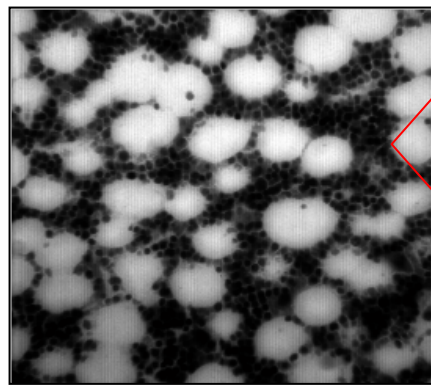
## Wracamy do przekształcenia punktowego obrazu



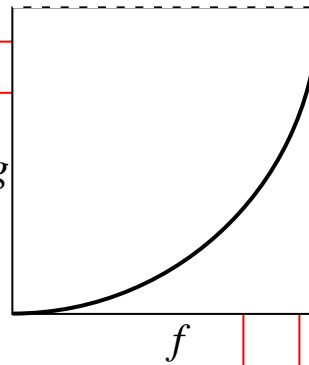
≡



## Nieliniowe przekształcenie skali jasności

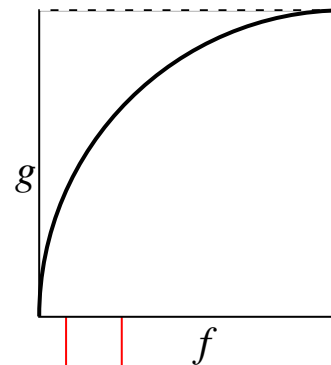


Gamma > 1

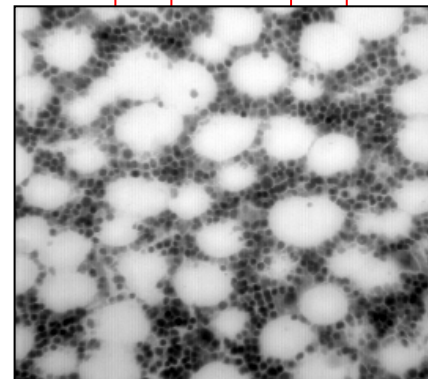
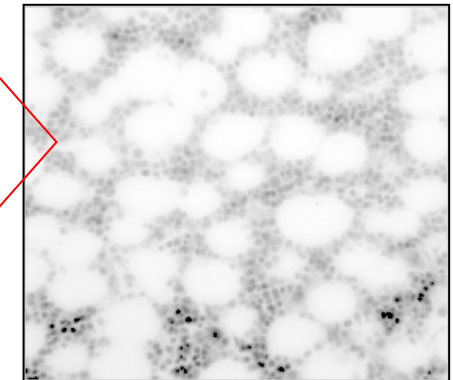


$$g = P[f] = \exp(f) - 1$$

Gamma < 1



$$g = P[f] = \ln(f + 1)$$



Należy pamiętać o  
normalizacji jasności  
wynikowej do zakresu  
<0, G-1>, np.

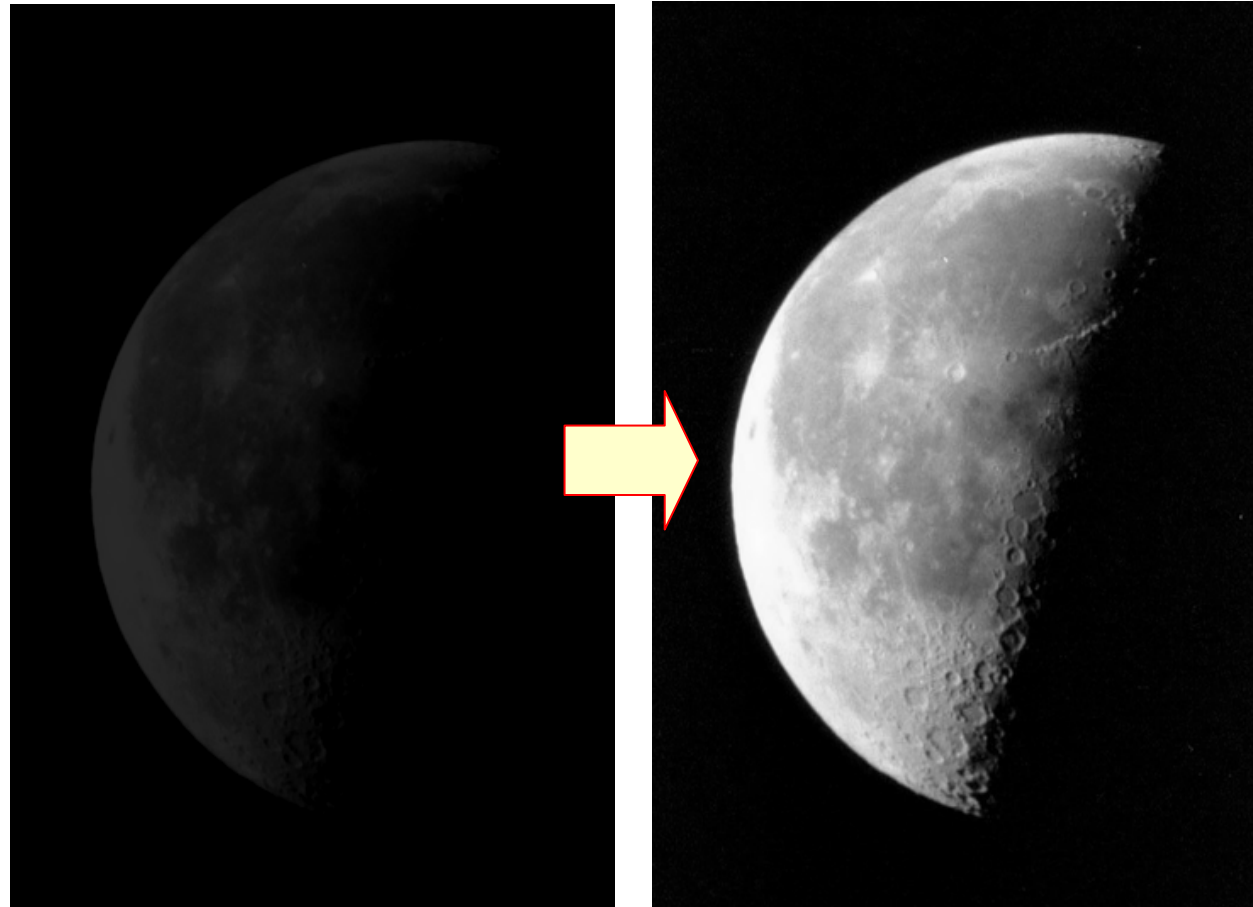
$$\exp(255) = 5.5602e+110$$

$$\ln(256) = 5.545$$



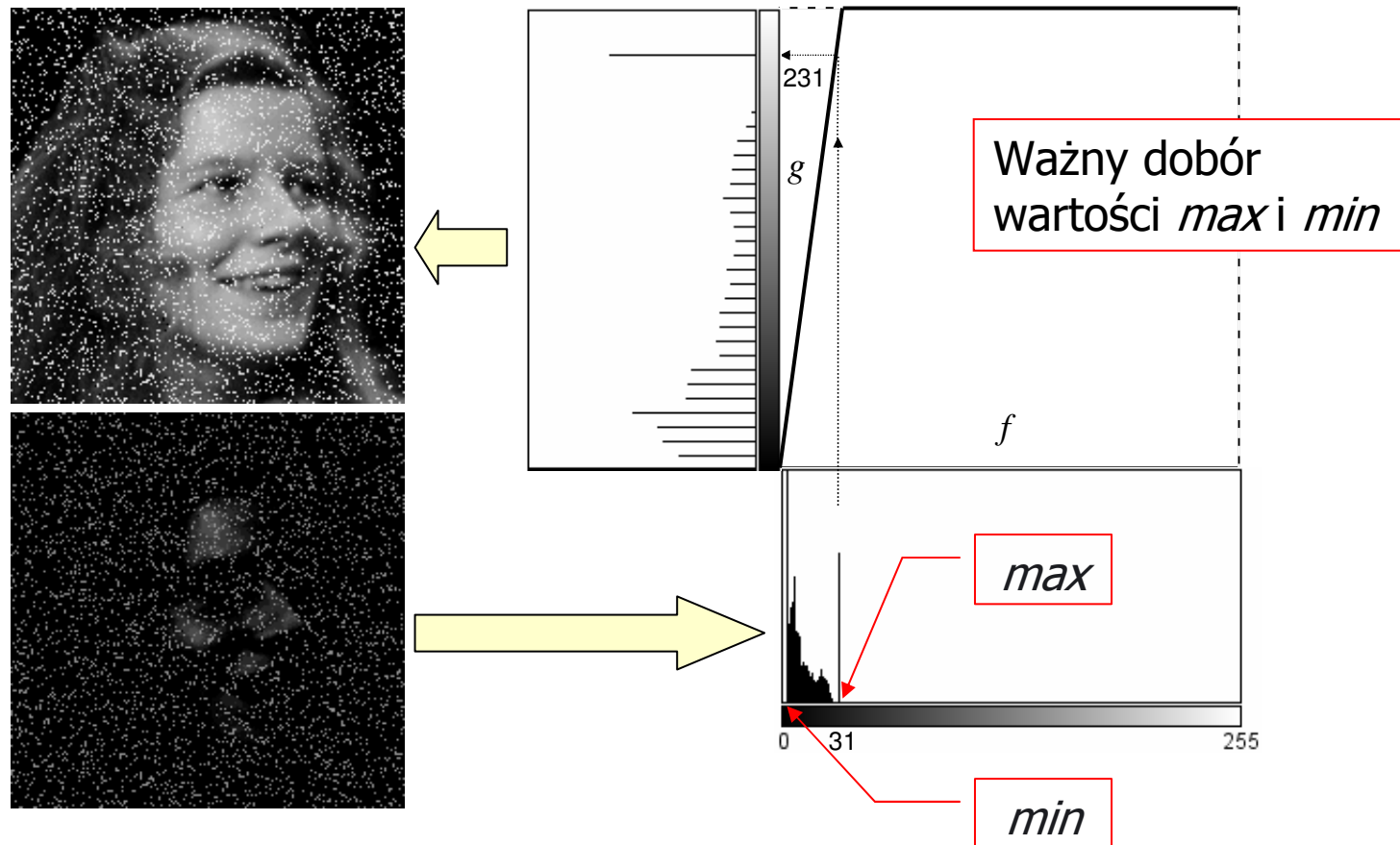
## Przykład nieliniowej korekcji skali jasności

$$g = b \log(a\tilde{f})$$

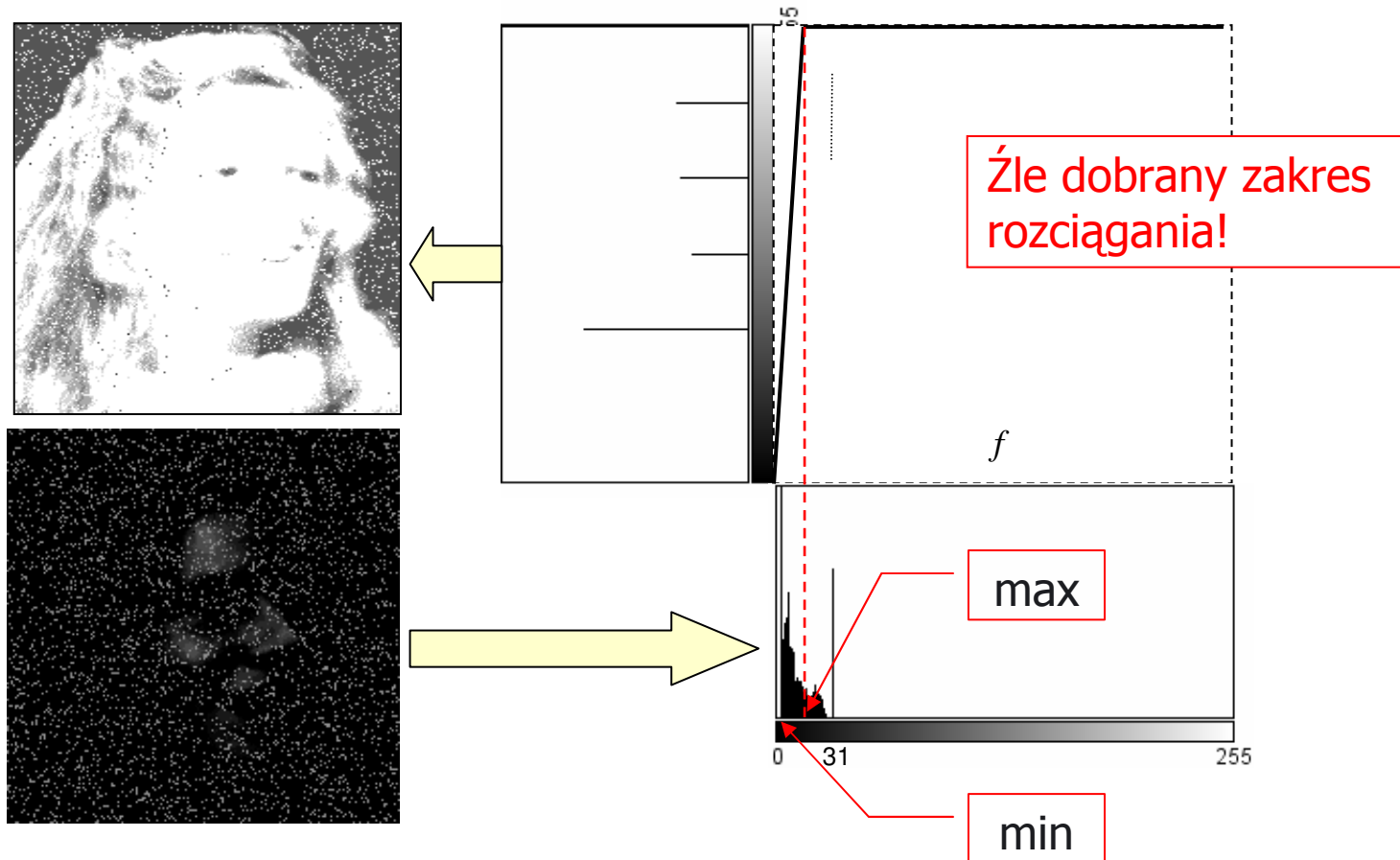




## Rozciąganie histogramu

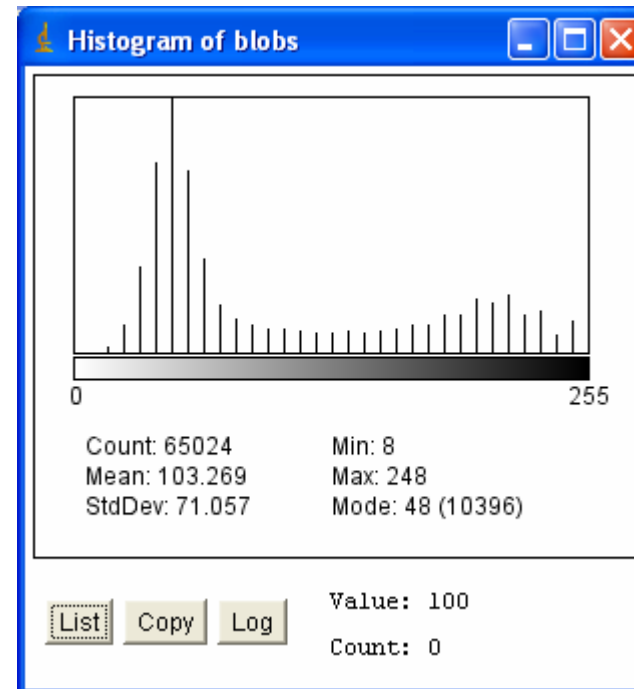
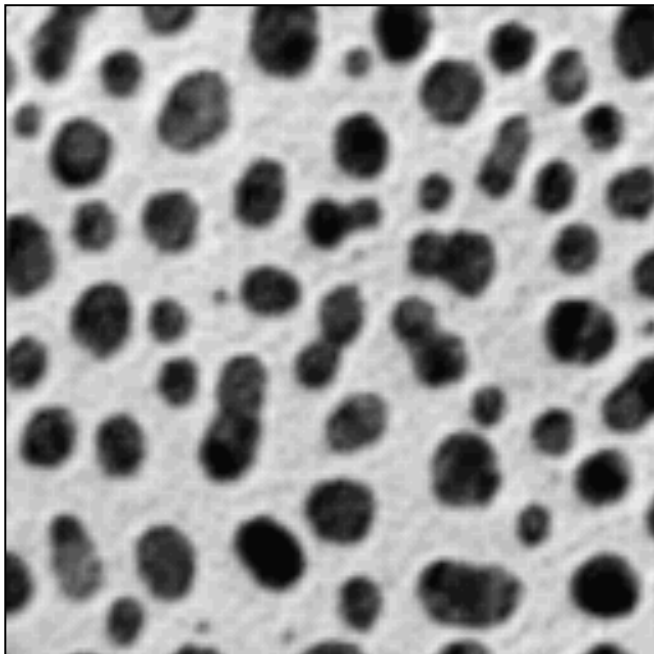


## Rozciąganie histogramu





## Inny przykład obrazu i jego histogramu



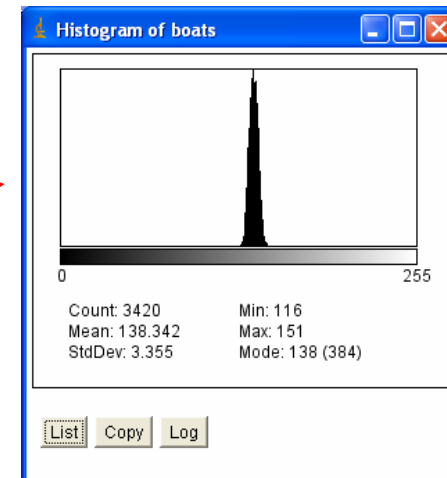
Ilu bitowe kodowanie jasności obrazu zastosowano?



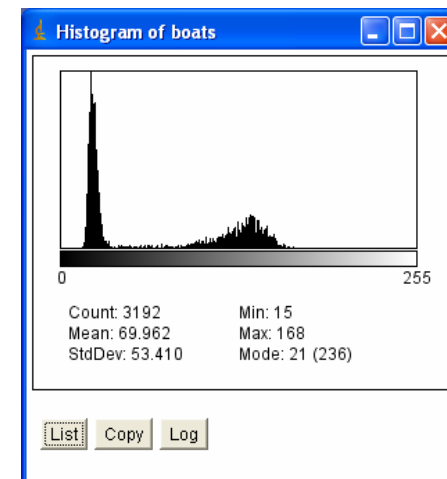
## Lokalne histogramy obrazu



Histogram  
jednomodalny



Histogram  
dwumodalny





## Entropia

Zawartość informacji (mierzona w bitach) w wiadomości występującej z prawdopodobieństwem  $P$  wynosi:

$$I = \log_2 \frac{1}{P} \quad \text{w bitach}$$

Dla w dwóch równo prawdopodobnych wiadomości A i B, ilość informacji zawarta w każdej z nich wynosi:

$$I = \log_2 \frac{1}{P_A} = \log_2 \frac{1}{P_B} = \log_2 \frac{1}{0.5} = 1 \text{ bit}$$

Dla serii wiadomości o różnych prawdopodobieństwach wyznacza się średnią zawartość informacyjną (tzw. **entropię**) niesioną przez jedną wiadomość:

$$E = \left( P_1 \log_2 \frac{1}{P_1} + P_2 \log_2 \frac{1}{P_2} + \dots + P_n \log_2 \frac{1}{P_n} \right)$$

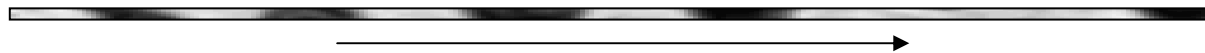


## Entropia obrazu

**Entropia obrazu** - wielkość skalarna określająca średnią ilość informacji przypadającej na pojedynczy punkt obrazu

$$E = - \sum_{q=0}^{G-1} histn(q) \cdot \log_2(histn(q))$$

w bitach

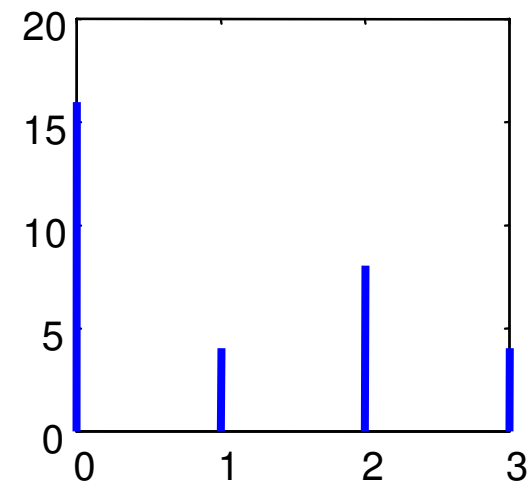




## Wyznaczanie entropii obrazu

Wyznamy entropię obrazu:

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |



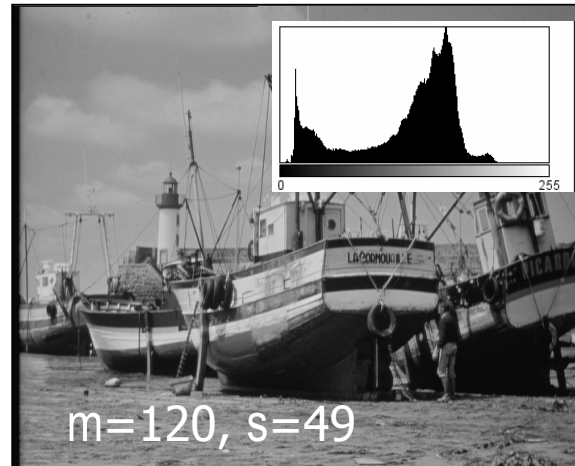
$$E = \left( p_0 \log_2 \frac{1}{p_0} + p_1 \log_2 \frac{1}{p_1} + p_2 \log_2 \frac{1}{p_2} + p_3 \log_2 \frac{1}{p_3} \right) = (0.5 \log_2 2 + \dots) = \dots$$





## Entropia obrazu

Po co kodujemy obrazy  
słowami 8-bitowymi  
i marnujemy miejsce  
w komputerze?



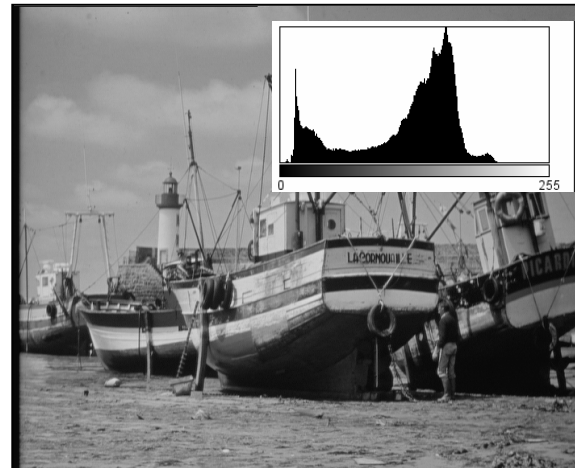
$$E = 7.088 \text{ bitów}$$



$$E = 4.04 \text{ bitów}$$

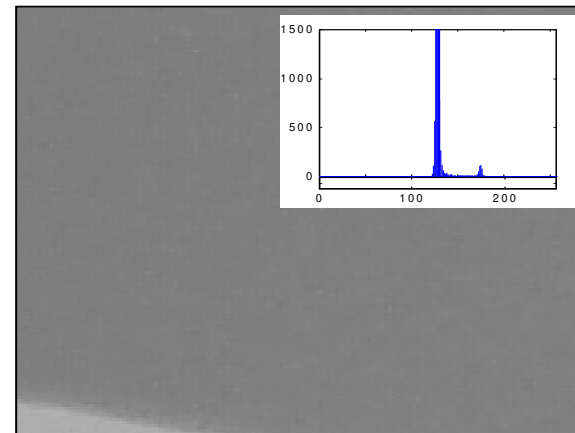


## Entropia obrazu



$$E = 7.088 \text{ bitów}$$

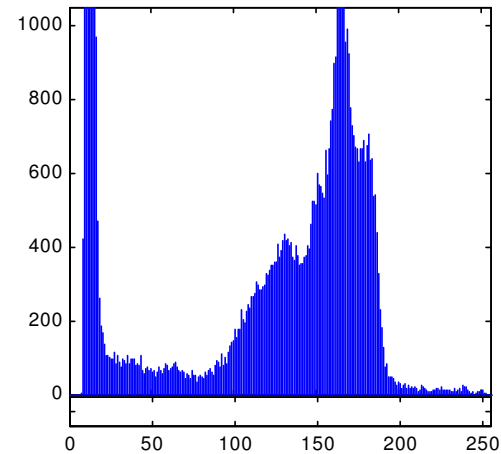
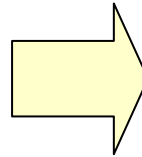
Obraz o mniejszej liczbie szczegółów ma mniejszą entropię (ważny parametr przy kodowaniu obrazów)



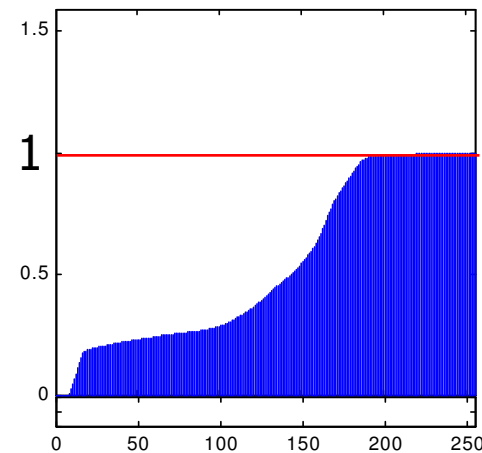
$$E = 2.9 \text{ bitów}$$



# Histogram skumulowany



rozkład  
prawdopodobieństwa



dystribuanta  
rozkładu

Histogram skumulowany



## Obliczanie histogramu skumulowanego

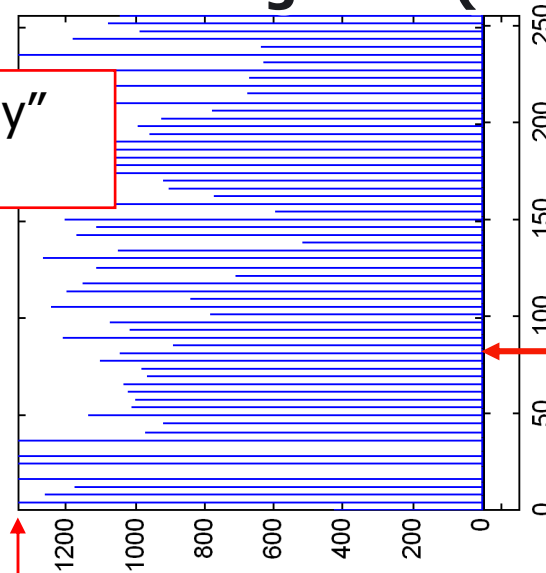
```
//hist – dany histogram obrazu  
//hists – wyznaczany histogram skumulowany  
// M,N – liczba wierszy i kolumn obrazu  
// G – liczba poziomów jasności, np. G=256  
  
hists:=0;  
hists(0):=hist(0);  
for i:=1:G-1,  
    hists(i):=hists(i-1)+hist(i);  
end;  
Hists:=hists/(M*N);
```



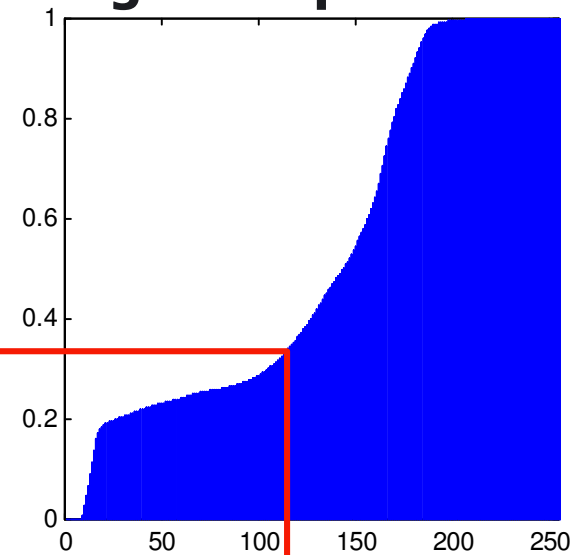


## Wyrównanie histogramu (ang. histogram equalization)

„Wyrównany”  
histogram



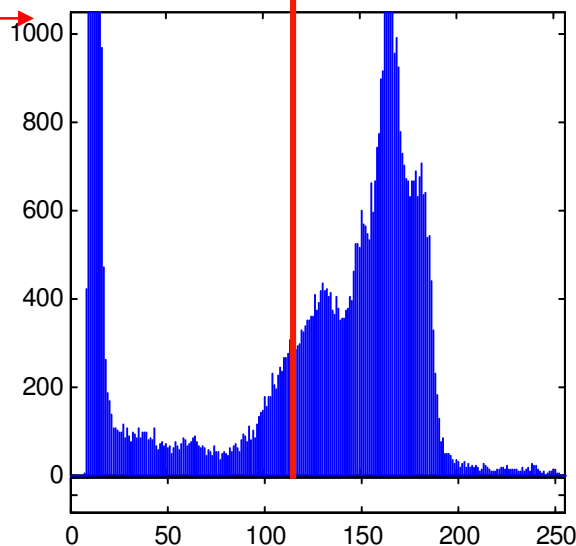
Histogram  
skumulowany



$\text{Max}(\text{histeq}) = \text{max}(\text{hist})$

$$g = (G - 1) \text{histc}[f]$$

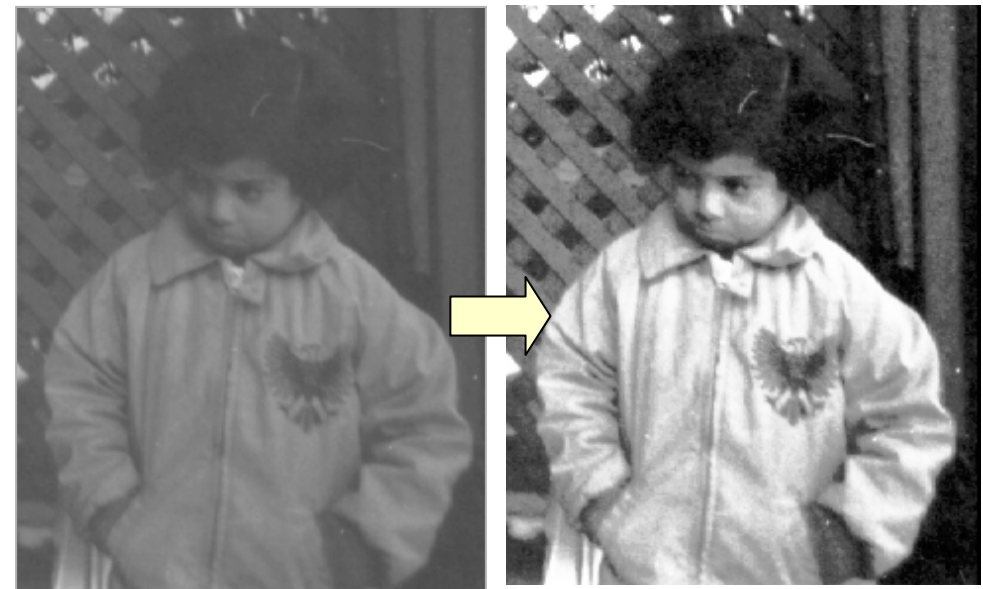
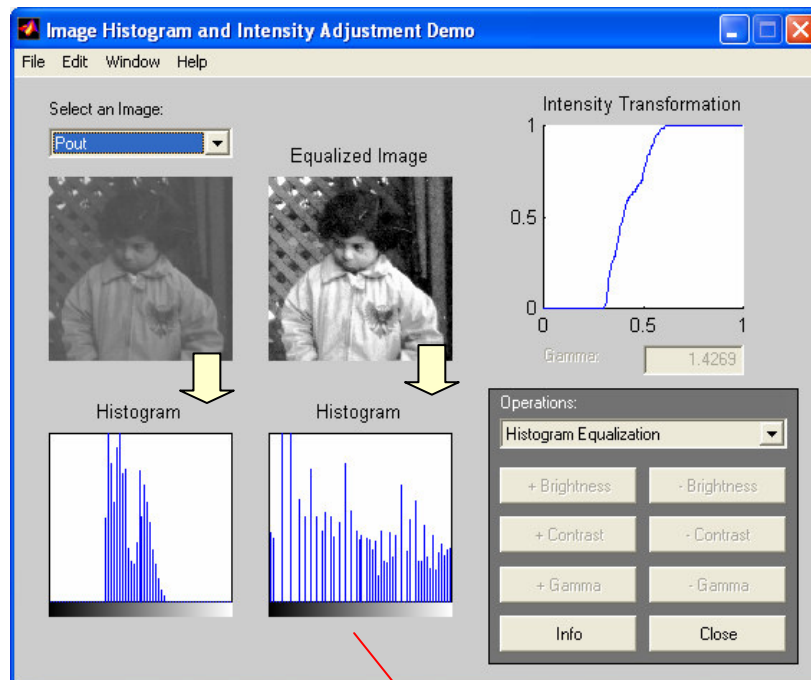
Histogram



*fej analizy obrazów (3)*



# Wyrównanie histogramu



Dla rozkładów ciągłych wyrównany histogram jest rozkładem równomiernym



## Algorytmy przekształceń punktowych (negatyw obrazu)

### Wersja bez LUT

```
...  
for i:=0 to M-1 do  
  for j:=0 to N-1 do  
    g[i,j]:=255-f[i,j];  
  end;  
end;  
...
```

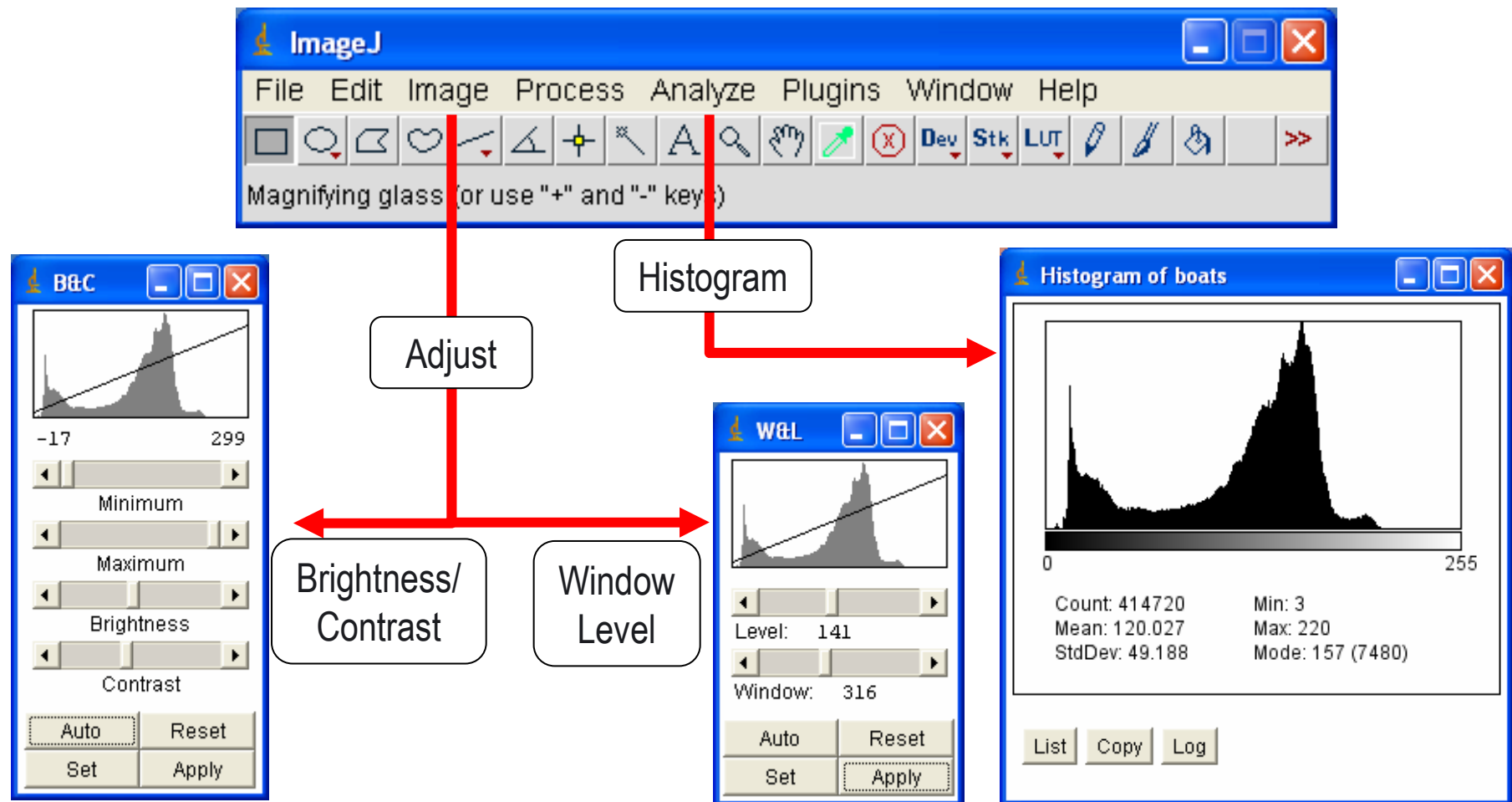
### Wersja z LUT

```
lut : array[0..255] of byte;  
for k:=0 to 255 do  
  lut[k]:=255-k;  
end;  
for i:=0 to M-1 do  
  for j:=0 to N-1 do  
    g[i,j]:=lut[(f[i,j])];  
  end;  
end;  
...
```

Który algorytm będzie szybszy?



# Histogram obrazu – pokaz ImageJ





## Poprawa jakości obrazu przez sumowanie zakłóconych obrazów

$$g(i, j) = f(i, j) + \eta(i, j)$$

Obraz + zakłócenie  
(nieskorelowane z obrazem)

$$g(i, j) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K [f(i, j) + n_k(i, j)] = f(i, j) + \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K n_k(i, j)$$

$$\frac{1}{K} \left[ \text{Image 1} + \text{Image 2} + \dots + \text{Image K} \right] = \text{Resulting Image}$$

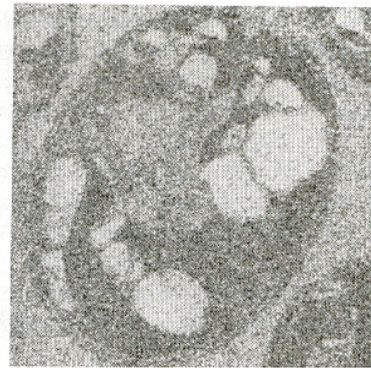
## Poprawa jakości przez sumowanie zakłóconych obrazów

Redukcja składowej  
zakłócającej w obrazie  
sumowanym:

$$\sigma_{\eta} = \frac{\sigma_{\eta}}{\sqrt{N}}$$

Warunek:  
Obraz sumowany  
powinien być  
nieruchomy

N=1



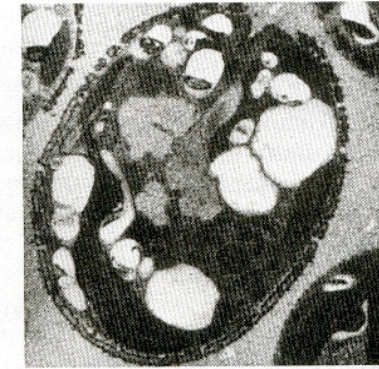
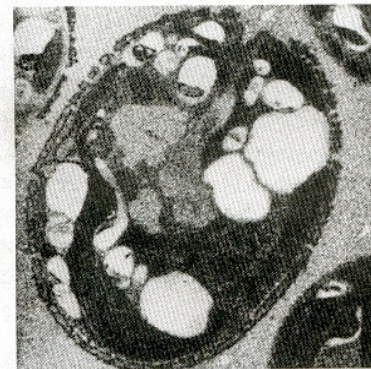
(a)

N=2



(b)

N=8



N=1

6

Obraz mikroskopowy komórki



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

## Podsumowanie

- Przetwarzanie wstępne obrazu
- Histogram obrazu
- Przekształcenia histogramu (przekształcenie punktowe)
- Wyrównanie histogramu (histogram skumulowany)
- Pokaz ImageJ dla przekształceń histogramu
- Redukcja zakłóceń obrazu przez wielokrotne sumowanie



Politechnika Łódzka  
Instytut Elektroniki

*P. Strumiłło, Wstęp do komputerowej analizy obrazów (3)*