KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Krzysztof Ślot

Sztuczna inteligencja/ Sieci neuronowe ze sprzężeniem zwrotnym

Zadanie nr ... – Studia podyplomowe „...”

Prezentacja multimedialna
współfinansowana przez Unię Europejską
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego
w projekcie

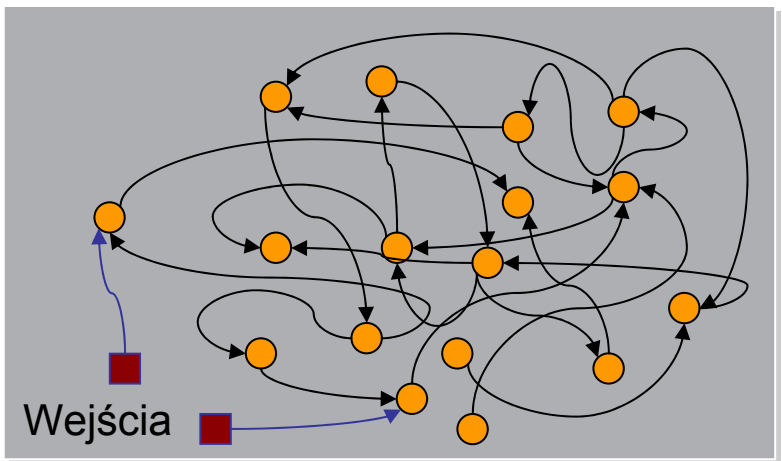
„Innowacyjna dydaktyka bez ograniczeń – zintegrowany rozwój Politechniki Łódzkiej – zarządzanie Uczelnią, nowoczesna oferta edukacyjna i wzmacniania zdolności do zatrudniania osób niepełnosprawnych”

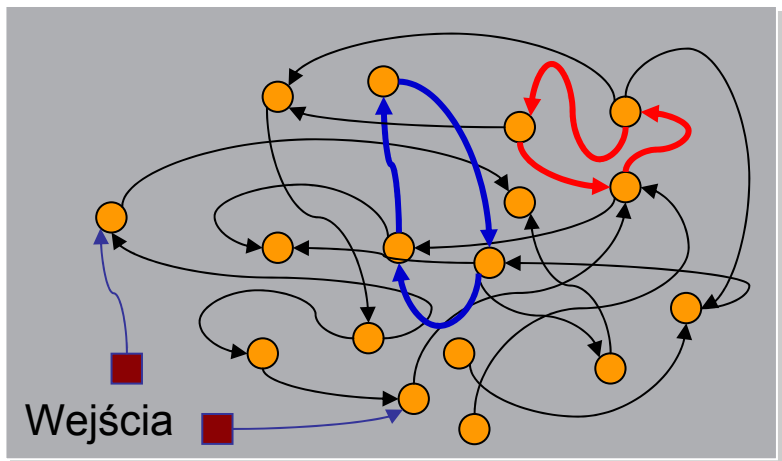
Politechnika Łódzka
Instytut Elektroniki

90-924 Łódź, ul. Żeromskiego 116,
tel. 042 631 28 83
www.kapitalludzki.p.lodz.pl

Sieci neuronowe ze sprzężeniem zwrotnym

- Typowa architektura sieci neuronowych – nieregularna struktura o rozbudowanych połączeniach o nieregularnej organizacji



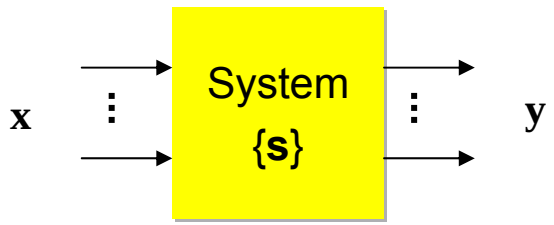


Sprzężenie zwrotne

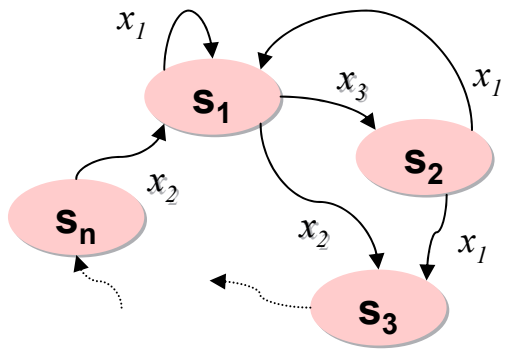
- Sprzężenie zwrotne – fundament autonomicznego przetwarzania informacji
  - obecność pobudzenia nie jest konieczna dla generacji sekwencji odpowiedzi
  - nowy element opisu struktury: **stany wewnętrzne**

Sieci neuronowe ze sprzężeniem zwrotnym

- System posiadający stany wewnętrzne: bogaty repertuar zachowań (złożone relacje między stymulacją a odpowiedzią, zależne od stanu)



$$\mathbf{y} = f(\mathbf{x}, \mathbf{s})$$



- Zachowanie układu ze sprzężeniem zwrotnym
  - sekwencja zmian stanów: przyjęcie kolejnego stanu to funkcja stanu poprzedniego i pobudzenia
  - odpowiedź może zależeć od stanu i pobudzenia (automat Mealy'ego) lub wyłącznie stanu (automat Moore'a)

Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Sieci neuronowe ze sprzężeniem zwrotnym

- Dynamika systemu:
  - System może posiadać stany stabilne (takie, które nie ulegają zmianie)
  - Stany niestabilne (system zawsze opuści taki stan)
  - System może ‘wędrować’ między stanami dowolnie długo, rozmaitymi drogami, nawet pod nieobecność pobudzenia (przy braku zmian pobudzenia)

- Działanie sieci neuronowych ze sprzężeniem zwrotnym: wędrówka między stanami stabilnymi, kierunkowana przez bodźce zewnętrzne

- Stany stabilne sieci neuronowej odpowiadają dowolnym kluczowym etapom / elementom funkcjonowania sieci: rozumowanie (etapy wnioskowania, konkluzja), przypominanie (obrazy, sceny, melodie)
- Odpowiednio wyuczone lub wrodzone sekwencje stanów niestabilnych mają kluczowe znaczenie dla realizacji czynności fizjologicznych (np. pobudzanie elektryczne węzła zatokowego) czy motorycznych

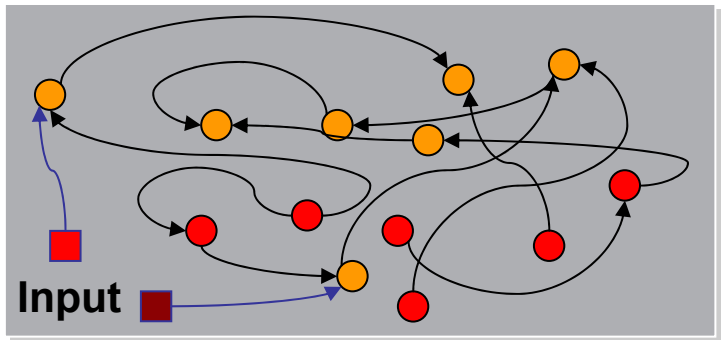
Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Sieci neuronowe ze sprzężeniem zwrotnym

Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Sieci neuronowe ze sprzężeniem zwrotnym

- Uczenie sieci neuronowych ze sprzężeniem zwrotnym
  - zapewnienie istnienia odpowiednich stanów stabilnych
  - zapewnienie istnienia odpowiednich sekwencji zmian stanów



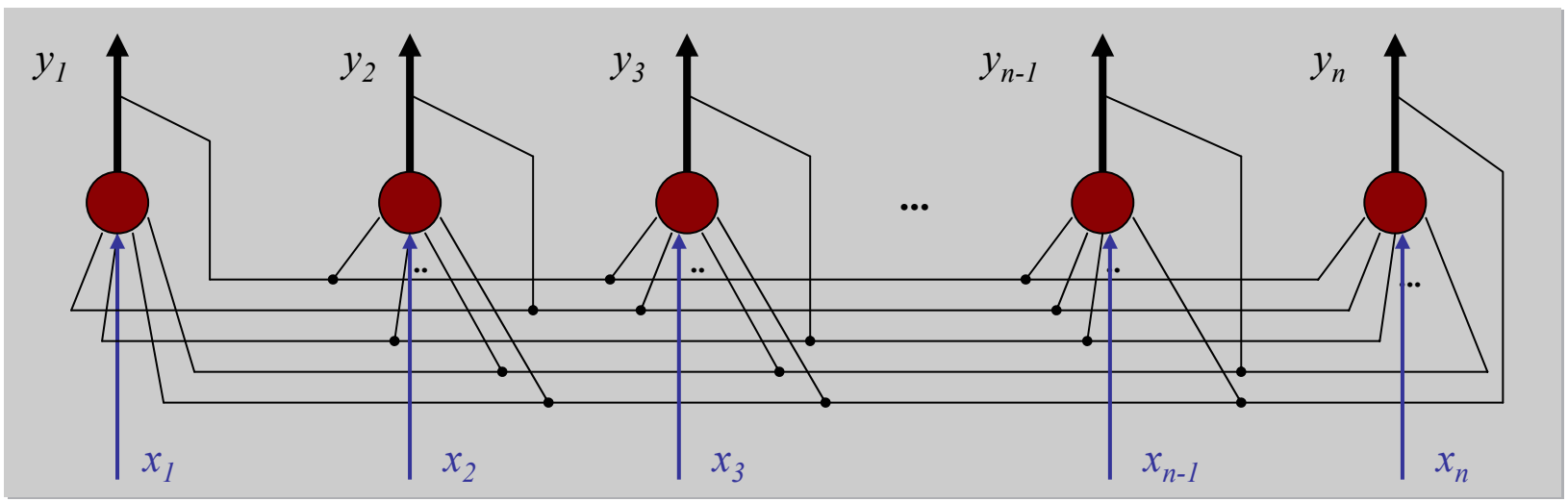
- Zagadnienie niezwykle skomplikowane z uwagi na stopień złożoności systemów nerwowych, nie dających się w ogólnym przypadku ująć w żadne reguły

- Możliwości analizy: uproszczenia struktur sieci
  - architektura Hopfielda
  - sieci ze wsteczną propagacją sygnałów,
  - …

Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

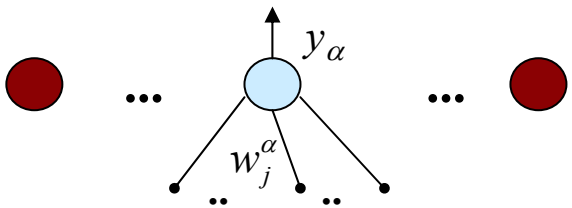
Sieci Hopfielda

- Architektura:
  - każdy element jest połączony z wyjściami wszystkich pozostałych neuronów
  - nie istnieje ‘własne’ sprzężenie zwrotne (wyjście neuronu nie jest podawane na jego wejście
  - wagi są symetryczne ($w_{ij} = w_{ji}$)
  - funkcja wyjścia neuronu to funkcja typu „znak”



Sieci Hopfielda

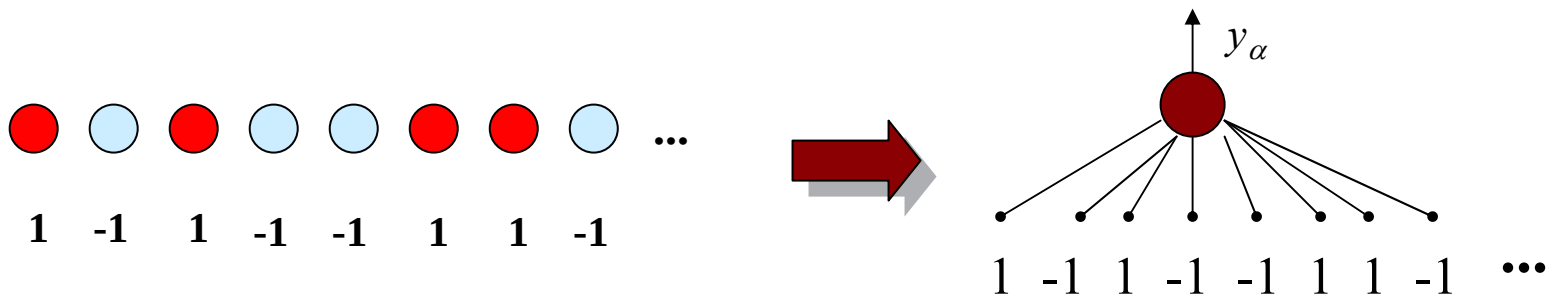
- Zasada korekt wag neuronu: reguła Hebba
  - wagi neuronu to wynik kumulacji korekt wywołanych przez próbki zbioru treningowego



$$w_j^\alpha = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} x_j^t y_\alpha^t$$

T - liczebność zbioru treningowego
$w^\alpha{}_j$ - *j-ta* waga neuronu *'α'*

- Funkcja wyjścia wymusza binarną dziedzinę przetwarzania



Sieci Hopfielda

- Trening sieci Hopfielda

Odpowiedź neuronu α dla i-tej kombinacji wyjść:

$$y^i{}_\alpha = f(\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}^i) = f(\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{y}^i)$$

$$y^i_\alpha = f(\sum_{k=0}^{N} w^\alpha_k y^i_k) = f\left(\sum_{k=0}^{N}(\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y^t_k y^t_\alpha) y^i_k\right) \Rightarrow y^i_\alpha = f\left(\frac{1}{T}\sum_{k=0}^{N}\sum_{t=1}^{T} y^t_k y^t_\alpha y^i_k\right) = f(h^i_\alpha)$$

Niech kombinacja wyjść ‘i’ należy do zbioru treningowego

$$h^i_\alpha = \frac{1}{T} y^i_\alpha \sum_{k=0}^{N} y^i_k y^i_k + C = \frac{1}{T} y^i_\alpha \sum_{k=0}^{N} (y^i_k)^2 + C$$

$$y^i_\alpha = f(h^i_\alpha) = f(c \cdot y^i_\alpha + C)$$

$$C = \frac{1}{T}\sum_{k=0}^{N}\sum_{\substack{t=1,\\ t\neq i}}^{T} y^t_k y^t_\alpha y^i_k \qquad c > 0$$

Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Sieci Hopfielda

- Analiza stabilności sieci

Załóżmy, że y^i jest jedynym wektorem zbioru treningowego

$$h_\alpha^i = c \cdot y_\alpha^i + C \qquad \begin{matrix} C = 0 \\ c > 0 \end{matrix}$$

$$h_\alpha^i \propto y_\alpha^i$$

$$h_\alpha^i : \begin{cases} \geq 0 & \Rightarrow \quad y_\alpha^i = 1 \\ < 0 & \Rightarrow \quad y_\alpha^i = -1 \end{cases}$$

$$y_\alpha^i(t+1) = y_\alpha^i(t)$$

Wyjście neuronu nie ulega zmianie
Rozkład "i" jest stabilny

Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Sieci Hopfielda

- Analiza stabilności sieci

Załóżmy, że y^i jest jednym z wektorów zbioru treningowego

$$C \cdot c \cdot y_\alpha^i > 0 \quad \vee \quad |C| < |c \cdot y_\alpha^i| \qquad (1)$$

$$h_\alpha^i = c y_\alpha^i + C \propto y_\alpha^i$$

Wyjście neuronu nie ulega zmianie
Rozkład "i" jest stabilny

$$y_\alpha^i(t+1) = y_\alpha^i(t)$$

Jeżeli spełniony jest warunek (1)

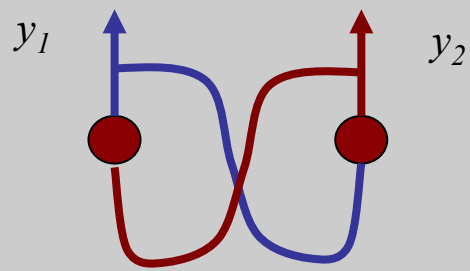
Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Dynamika zmian stanów w sieciach Hopfielda

- Analiza zachowania sieci znajdującej się w stanie niestabilnym:
  - bieżący stan sieci to dowolny rozkład nie należący do zbioru treningowego – jakie zmiany będą zachodzić w sieci?

Przykład

Dana jest sieć Hopfielda:



Rozważmy wyrażenie:

$$\mathbf{E} = -\Sigma_{ij}\, w_{ij}\, y_i\, y_j = -w_{12}\, y_1 y_2 - w_{21}\, y_2 y_1$$

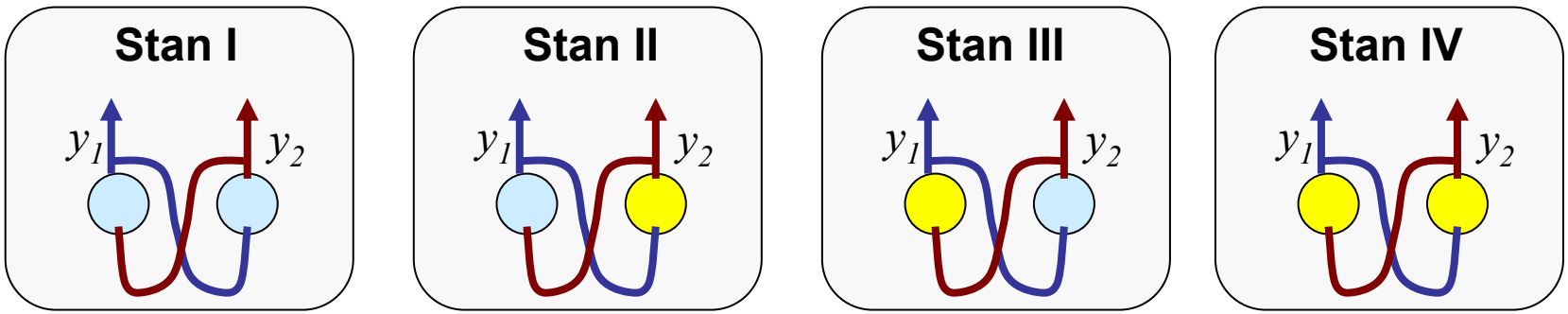
$$w_{12} = w_{21} = a$$

y_1	y_2	**E**
-1	-1	-2a
-1	1	2a
1	-1	2a
1	1	-2a

Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Dynamika zmian stanów w sieciach Hopfielda

- Stabilność stanów sieci – przykład



$$\mathbf{E} = -\Sigma_{ij}\, w_{ij}\, y_i\, y_j = -w_{12}\, y_1 y_2 - w_{21}\, y_2 y_1 \qquad w_{12} = w_{21} = a$$

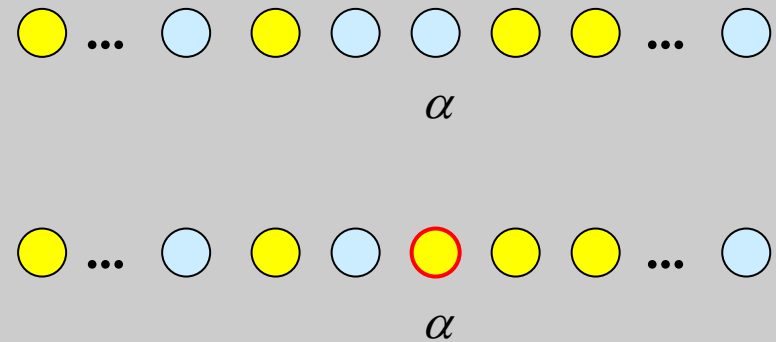
y_1	y_2	$a>0$	$\mathbf{E}$ (a=1)	$a<0$	$\mathbf{E}$ (a=-1)
-1	-1	Stabilny	-2	Niestabilny	2
-1	1	Niestabilny	2	Stabilny	-2
1	-1	Niestabilny	2	Stabilny	-2
1	1	Stabilny	-2	Niestabilny	2

Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Dynamika zmian stanów w sieciach Hopfielda

- Ilościowy opis zmiany stanów

Zmiana stanów



Stan I

$$E = -\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1, j\neq i}^{N} w_{ij} y_i y_j = -\sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=1, j\neq i \\ j\neq \alpha}}^{N} w_{ij} y_i y_j - \sum_{i=1, i\neq \alpha}^{N} w_{i\alpha} y_i y_\alpha$$

Stan II

$$E' = -\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1, j\neq i}^{N} w_{ij} y_i y_j = -\sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=1, j\neq i \\ j\neq \alpha}}^{N} w_{ij} y_i y_j - \sum_{i=1}^{N} w_{i\alpha} y_i y_\alpha '$$

Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Dynamika zmian stanów w sieciach Hopfielda

- Ilościowy opis zmiany stanów

Różnica między stanami I i II $y_\alpha = -y_\alpha'$

$$\Delta E = E'-E = -\sum_{i=1}^{N} w_{i\alpha} y_i y_\alpha' + \sum_{i=1}^{N} w_{i\alpha} y_i y_\alpha = 2\sum_{i=1}^{N} w_{i\alpha} y_i y_\alpha$$

$$\Delta E = 2 y_\alpha \sum_{i=1}^{N} w_{i\alpha} y_i$$

Zmiana wartości E dla przejścia między stanami I i II

- Zmiana stanów polegająca na zmianie wartości wyjściowej jednego neuronu na wartość przeciwną jest opisana wyrażeniem:
  - o postaci iloczynu
  - jeden z czynników to wartość oryginalnej wartości wyjściowej
  - pozostałe to wyrażenie określające poziom aktywacji neuronu

Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Dynamika zmian stanów w sieciach Hopfielda

- Ilościowy opis zmiany stanów

Neuron ze skokową funkcją aktywacji

$$y_\alpha = f\left(\sum_{i=1}^{N} w_{i\alpha} y_i\right) = f(\xi_\alpha) = \begin{cases} 1 & if \quad \xi \geq 0 \\ -1 & if \quad \xi < 0 \end{cases}$$

Warunki zmiany stanu

$$y_\alpha \rightarrow y_\alpha' : \quad \begin{cases} y_\alpha = -1 \quad \wedge \quad \xi_\alpha \geq 0 \\ y_\alpha = 1 \quad \wedge \quad \xi_\alpha < 0 \end{cases}$$

- Wyjście neuronu ulega zmianie jeśli jest niezgodne z wypadkowym pobudzeniem (rozważana zmiana stanów to wynik pojawienia się innego niż poprzednio pobudzenia neuronu)

Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Dynamika zmian stanów w sieciach Hopfielda

- Ilościowy opis zmiany stanów

Ilościowy deskryptor zmiany stanu

$$\Delta E = 2 y_\alpha \sum_{i=1}^{N} w_{i\alpha} y_i \quad \Rightarrow \quad \Delta E = \begin{cases} "-"."+" \\ "+"."-" \end{cases} < 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta E < 0$$

- Zmiana stanu w rozważanej sieci jest spontaniczna
  - nowe łączne pobudzenie neuronu wymusza zmianę wartości wyjściowej
- Wartość deskryptora **E**, opisującego nowy stan jest mniejsza niż w przypadku stanu poprzedniego (każda spontaniczna zmiana stanu powoduje zmniejszenie wartości **E**)
- Deskryptor E – **energia sieci**
- Stan stabilny odpowiada lokalnemu minimum energii sieci

Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

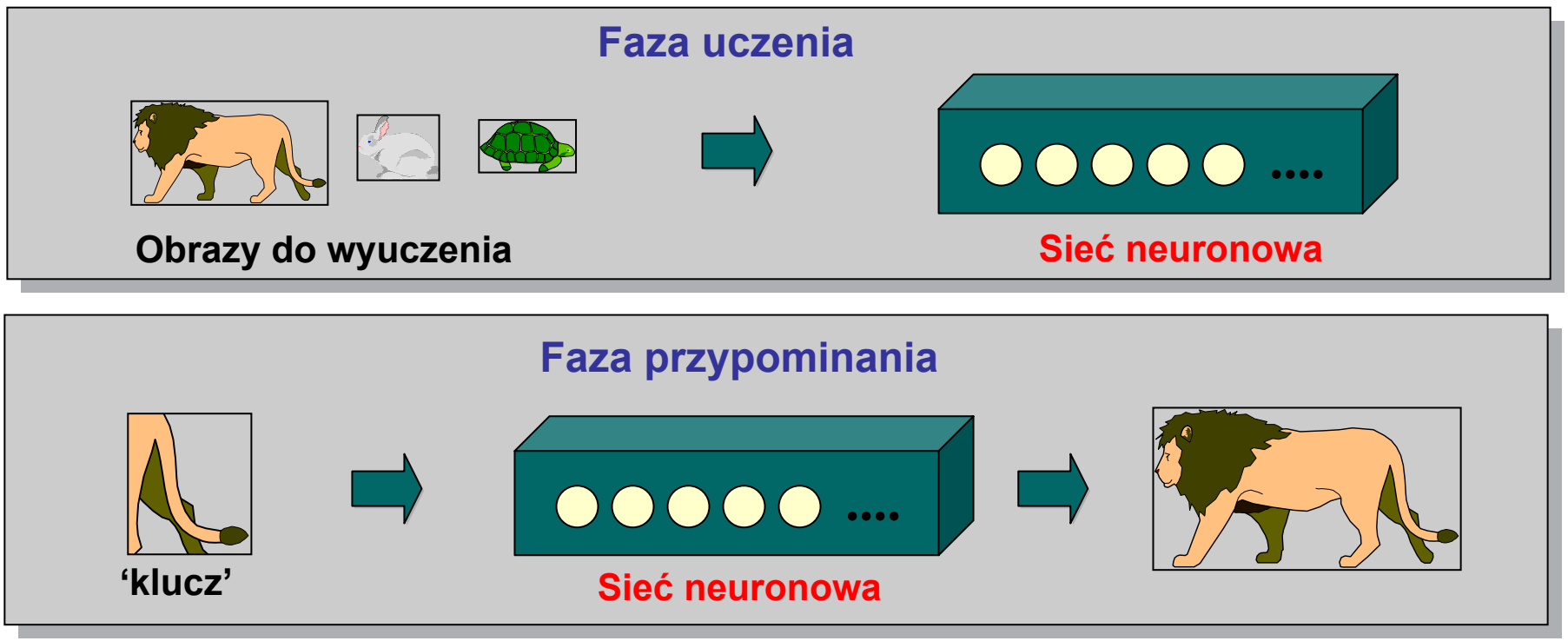
Dynamika zmian stanów w sieciach Hopfielda

- Jeżeli stan nie jest stabilny nastąpi jego zmiana na stan o niższej energii
- Zmiany stanów następują aż do momentu uzyskania stanu o minimalnej energii
- Stany używane do treningu sieci mogą (ale nie muszą) być stanami stabilnymi sieci
- Podstawowe funkcje sieci neuronowych ze sprzężeniem zwrotnym:
  - wnioskowanie
  - pamięci asocjacyjne (skojarzeniowe)
  - optymalizacja
- Wnioskowanie i rozumowanie – funkcja nie wdrożona w żadnym z zaproponowanych modeli sztucznej sieci neuronowej

Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Pamięci asocjacyjne

- Układy przechowujące zapamiętane wcześniej wzorce
  - zapamiętywanie następuje w procesie uczenia sieci
  - przypominanie wymaga prezentacji fragmentu oczekiwanego rezultatu



Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Pamięci asocjacyjne

- Układy przechowujące zapamiętane wcześniej wzorce
  - zapamiętywanie następuje w procesie uczenia sieci
  - przypominanie wymaga prezentacji fragmentu oczekiwanego rezultatu

Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Optymalizacja

- Idea podejścia: wykorzystanie automatycznego procesu minimalizacji energii
  - konieczne wyrażenie funkcji kryterialnej (minimalizowanej) jako wyrażenia opisującego energię sieci = zbudowanie sieci o odpowiedniej strukturze
  - przedmiotem minimalizacji jest kombinacja liniowa iloczynów: znane wagi neuronów, nieznane – parametry kombinacji liniowej

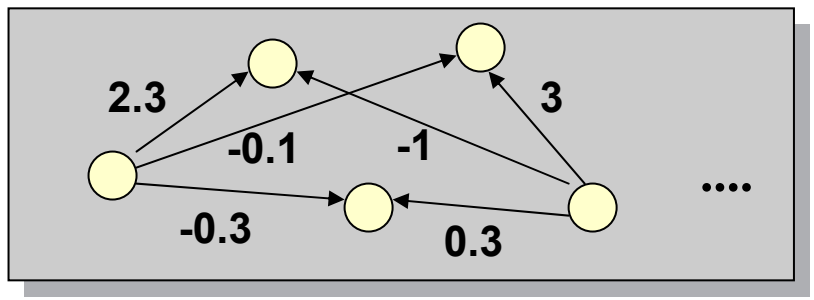
Pamięci asocjacyjne	Optymalizacja
Trenuj sieć (wagi*) by zapamiętać wzorce	Ustaw wagi** sieci i określ strukturę jej połączeń
Wymuś stan początkowy - oczekiwany stan stabilny to zapamiętany rozkład**	Wymuś stan początkowy - rozwiązaniem problemu jest wynik * przetwarzania
*) szukane, **) dane	*) szukane, **) dane

Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

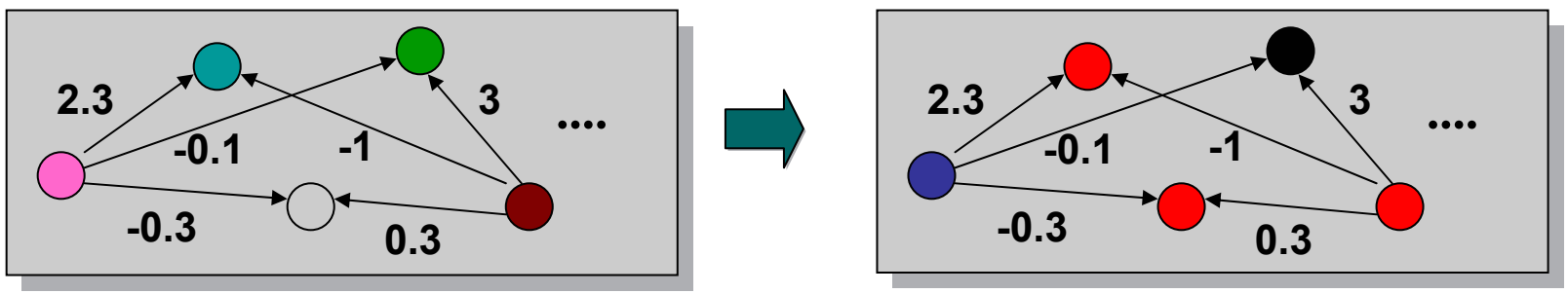
Optymalizacja

- Utworzenie sieci o funkcji energetycznej odpowiadającej minimalizowanemu kryterium

Określ wagi i strukturę połączeń



- Przetwarzanie: sieć samoistnie przekształci stan początkowy (domniemane rozwiązanie) w stan stabilny (który być może odpowiada minimum globalnemu funkcji kryterialnej



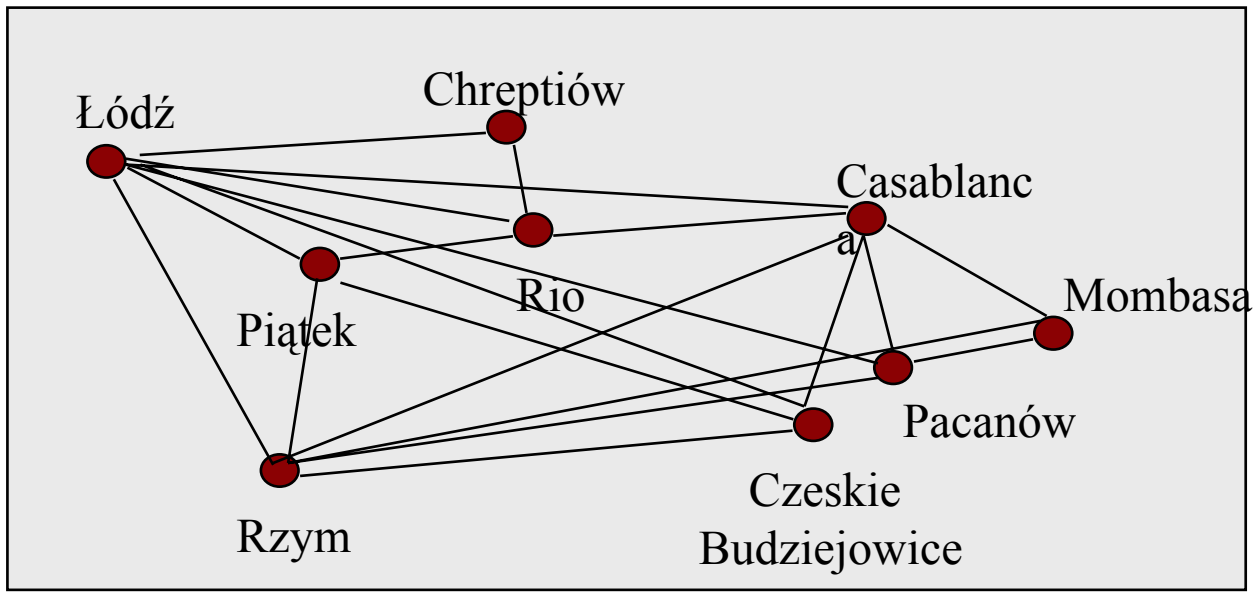
- Uzyskanie rozwiązania jest błyskawiczne

Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Optymalizacja

- Przykładowe zadanie – problem podróżującego sprzedawcy:
  - znaleźć najkrótszą drogę pozwalającą odwiedzić n-miast (dokładnie jeden raz), znając odległości między miastami

Dziedzina problemu



- Problem znany jako **NP-zupełny**
  - złożoność obliczeniowa dla n-miast jest rzędu n!

Problem podróżującego sprzedawcy

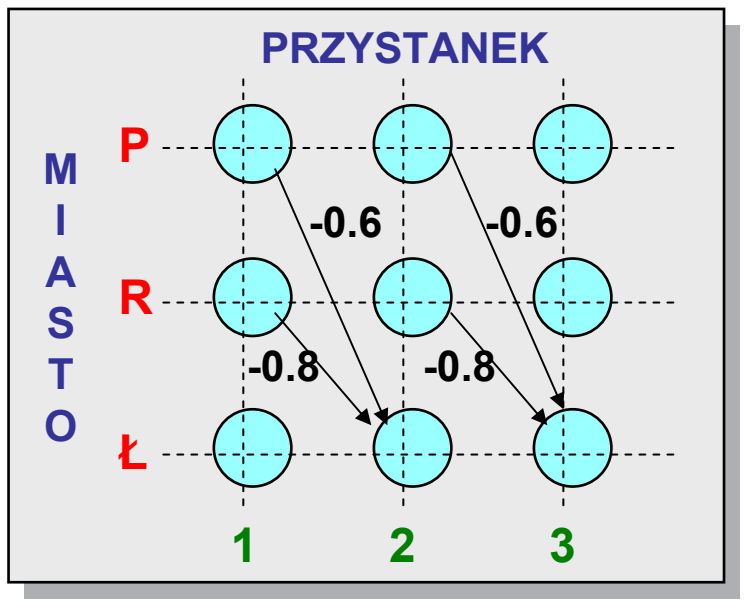
- Próba rozwiązania przy użyciu sieci neuronowej
  - określenie kryterium ilościowego, które można wyrazić jako energię odpowiednio zbudowanej sieci neuronowej

Możliwa funkcja celu (energia): całkowita długość drogi

$$E_1 = \sum_i \sum_j d_{ij}$$

i,j - indeksy miast

	...	CB	Ch	Ł	Rio	...
		:	:	:	:	
Pacanów	0.7	1	0.8	0.6	0.9	...
Rio	0.2	1	0.8	0.8	0.9	...
		:	:	:	:	



Struktura sieci (2D)

Problem podróżującego sprzedawcy

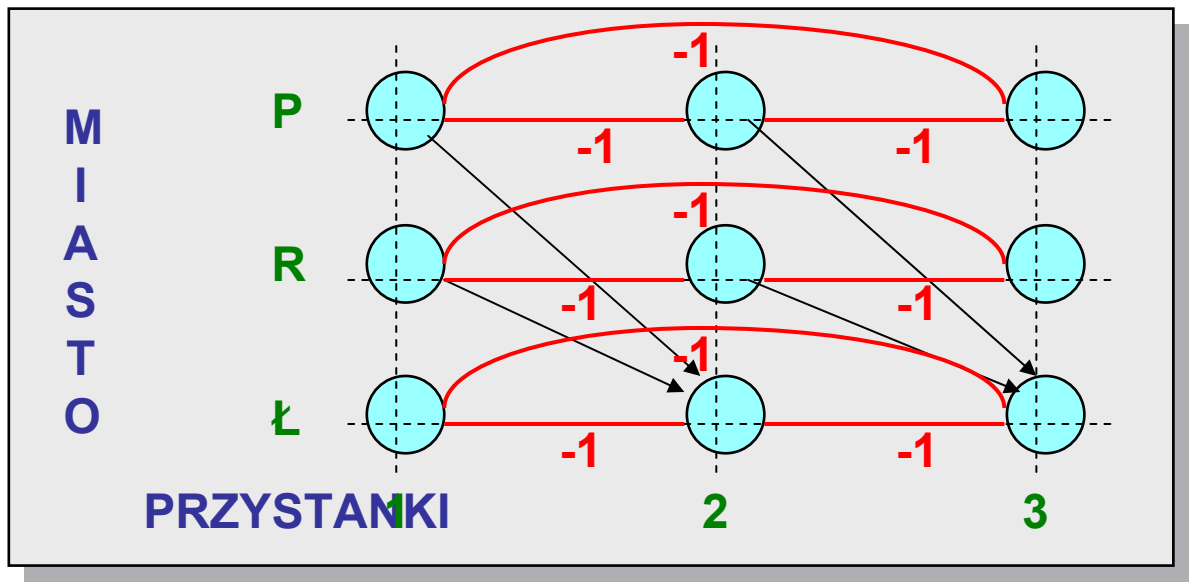
- Ograniczenia
  - nie można odwiedzić danego miasta więcej niż jeden raz

Nowa postać kryterium:

$$E_2 = E_1 + \sum_i \left[\sum_k (1 - n_{ik})^2 \right]$$

'k'-ty przystanek w mieście "i":
$n_{ik} = n_{ik}+1,\ n_{ik}(0)=1$

Nowe połączenia między neuronami – modelowanie nowego elementu kryterium



Prezentacja multimedialna współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

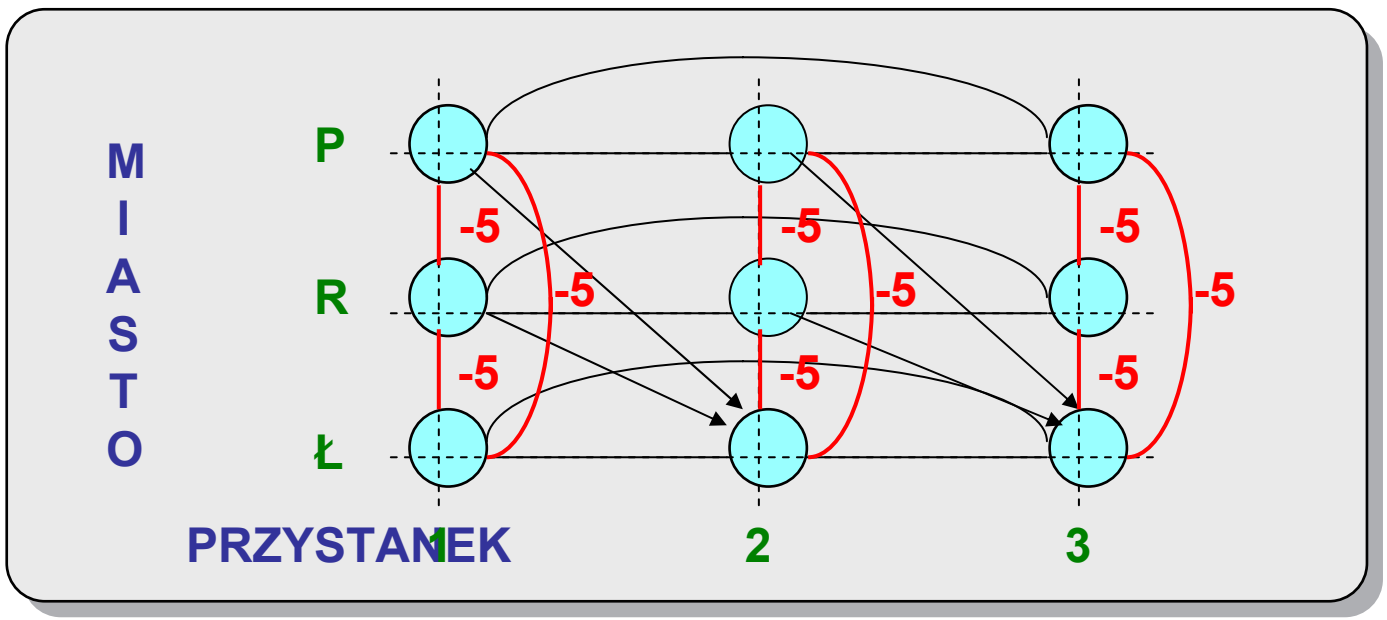
Problem podróżującego sprzedawcy

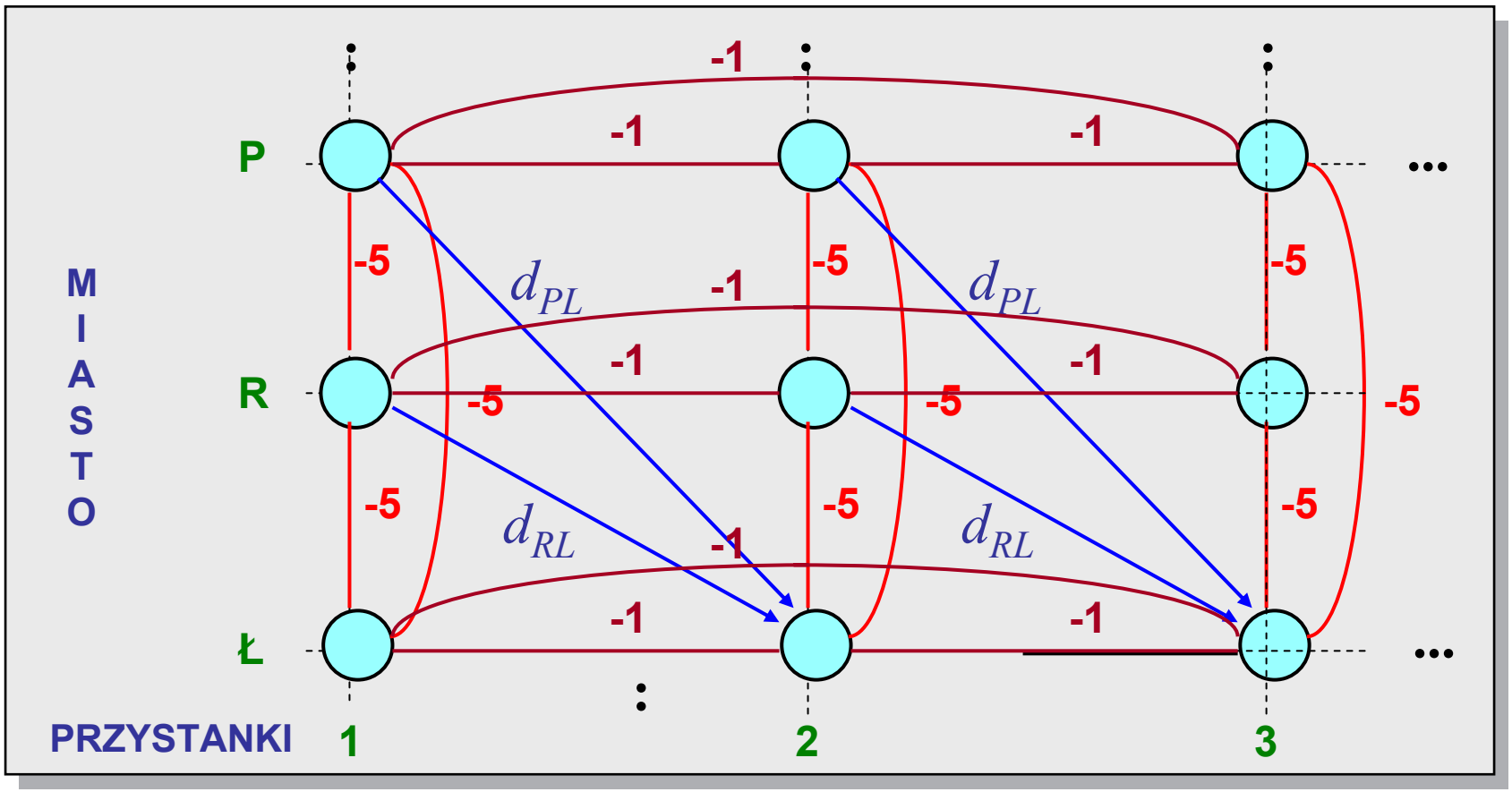
- Ograniczenia
  - nie można odwiedzić dwóch miast jednocześnie

Nowa postać kryterium:

$$E = E_2 + \sum_j \left[\sum_l (1 - m_{jl})^2 \right]$$

powtórzenie na przystanku "j":
$m_{lj} = m_{lj} + k$, $m_{lj}(0) = 1$, k – np. 5



Problem podróżującego sprzedawcy

- Ostateczna struktura sieci