

Krzysztof Ślot

Sztuczna inteligencja/ Algorytmy przeszukiwania przestrzeni rozwiązań

Zadanie nr ... – Studia podyplomowe „...”



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Prezentacja multimedialna
współfinansowana przez Unię Europejską
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego
w projekcie

*„Innowacyjna dydaktyka bez ograniczeń
– zintegrowany rozwój Politechniki Łódzkiej –
zarządzanie Uczelnią,
nowoczesna oferta edukacyjna
i wzmacniania zdolności do zatrudniania
osób niepełnosprawnych”*



Politechnika Łódzka
Instytut Elektroniki

90-924 Łódź, ul. Żeromskiego 116,
tel. 042 631 28 83
www.kapitalludzki.p.lodz.pl



Przeszukiwanie przestrzeni stanów – wprowadzenie

- Definicja zadania:

Znajdź rozwiązanie problemu zakładając, że istnieje ono w skończonej (być może, niezmiernie dużej) puli znanych hipotez

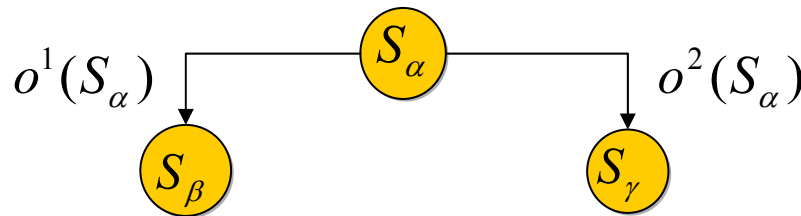
Rozwiązanie – hipoteza spełniająca założone oczekiwania lub sekwencja operacji, prowadząca do uzyskania zadanego celu

- Przykładowe zadania

- Poszukiwanie najkrótszej trasy (**sekwencji**) między dwiema lokalizacjami (nawigacja samochodowa): rozwiązanie istnieje, zbiór hipotez jest skończony (choć może być ogromny)
- Poszukiwanie **sekwencji** nukleotydów kodujących daną funkcję komórki: sekwencja istnieje, zbiór hipotez jest skończony (choć ogromny)
- Symulacja przebiegu terapii (**sekwencji**) i wybór potencjalnie optymalnego wariantu: zbiór dysponowanych środków i procedur jest ograniczony
- Gra w szachy i dowolne inne gry o ściśle zdefiniowanych regułach postępowania
- Poszukiwanie przyczyny (**hipoteza**) choroby

Terminologia

- Stan (bieżący układ figur na szachownicy, zbiór wartości monitorowanych parametrów pacjenta, konkretna sekwencja nukleotydów, kolejny przystanek planowanej podróży)
- Akcje (czynności, w wyniku których mogą następować zmiany stanów)



$S_{xxx} \longrightarrow$ stan xxx

$o^{yyy}(S_{xxx}) \longrightarrow$ akcja yyy

- Rozwiązywanie problemów = proces przeszukiwania przestrzeni (zbioru) stanów w celu znalezienia stanu, spełniającego określone warunki (pożądany układ figur na szachownicy, pożądanego efektu terapii, właściwej sekwencji nukleotydów, sekwencji pośrednich etapów minimalizującej całkowitą długość trasy)

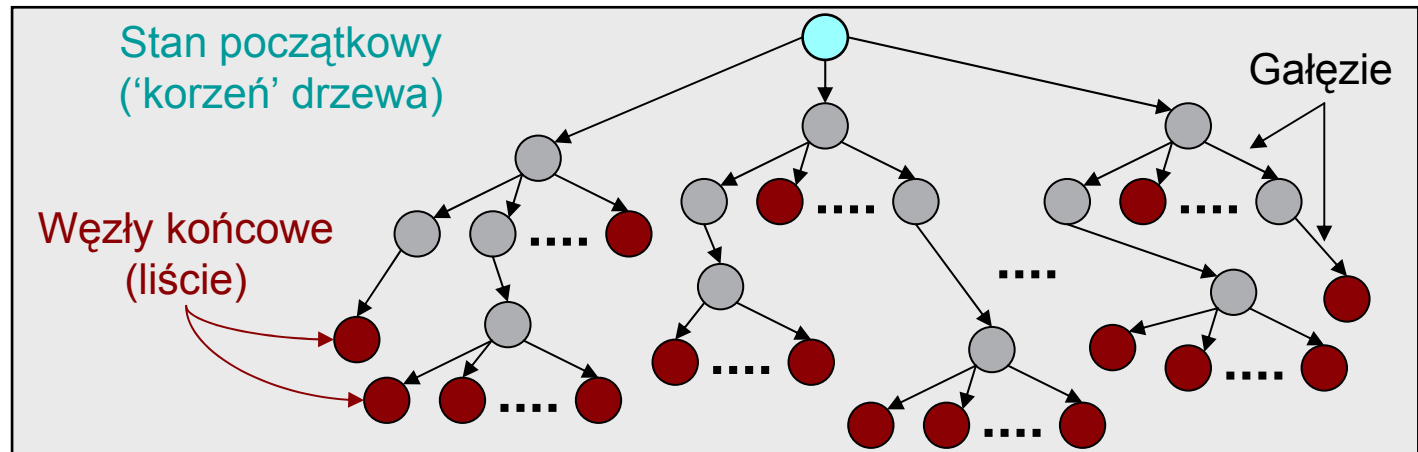


$\longrightarrow$
Przejścia między stanami

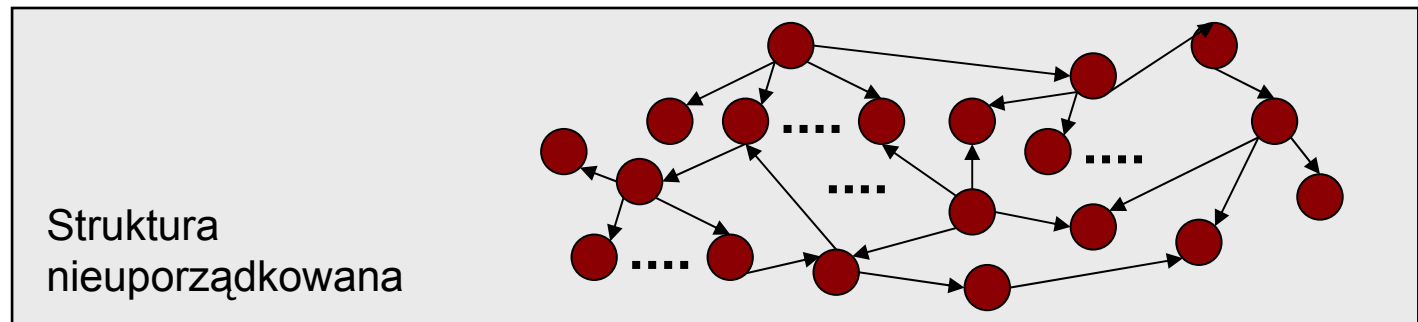
Terminologia

- Drzewo poszukiwań, graf poszukiwań – graficzne przedstawienie procesu poszukiwania rozwiązania

Drzewo poszukiwań

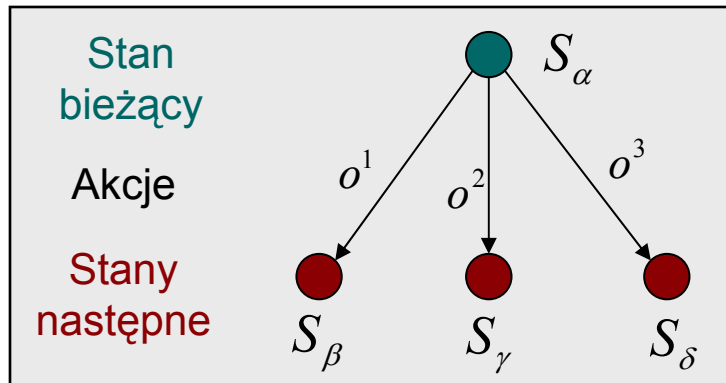


Graf poszukiwań



Terminologia

- Ekspansja węzła (stanu) – określenie wszystkich stanów możliwych do osiągnięcia ze stanu bieżącego wskutek wykonania dozwolonych akcji



S_α : (wysoka gorączka, niski poziom xx)

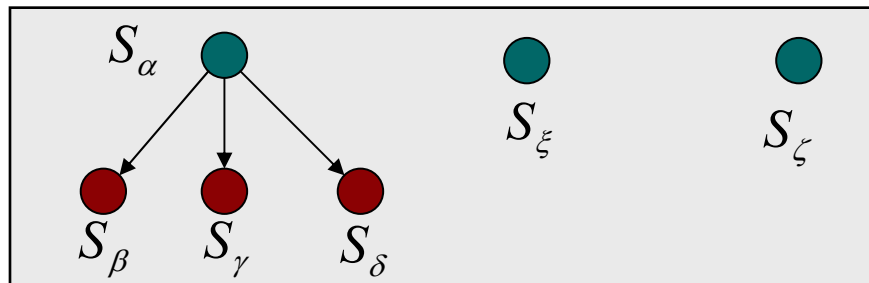
o^1 : podaj x o^2 : podaj y o^3 : podaj z

S_β : (stan podgorączkowy, średni poziom)

S_γ : (temperatura w normie, średni poziom)

S_δ : (temperatura w normie, średni poziom)

- Kolejka **Q** – zbiór węzłów czekających na ekspansję



$$Q = \{S_\beta, S_\gamma, S_\delta, S_\xi, S_\zeta\}$$



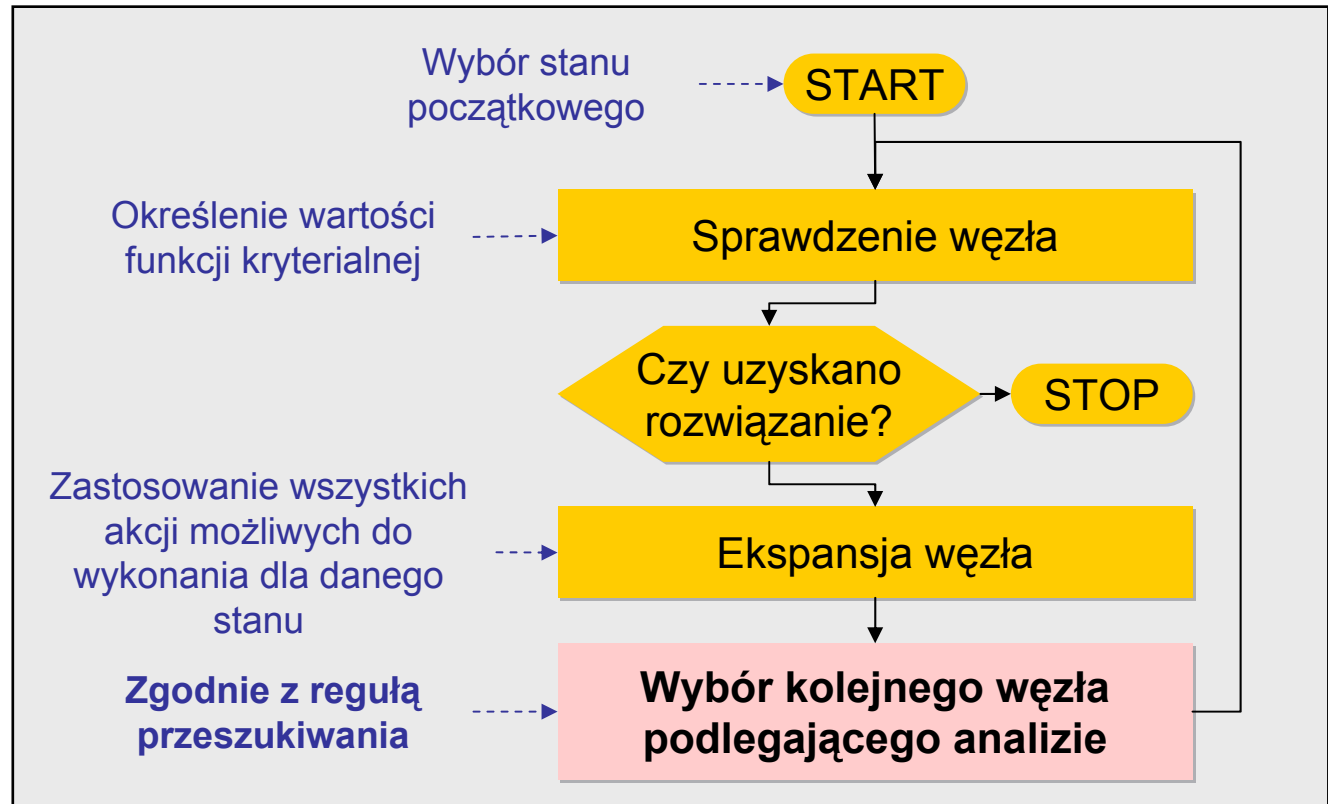
Algorytmy przeszukiwania przestrzeni rozwiązań

- Sedno algorytmów przeszukiwania przestrzeni rozwiązań:
Określenie systematycznej procedury przemieszczania się między stanami (reguły wyboru węzłów podlegających ekspansji), zapewniającej dotarcie do stanu, stanowiącego rozwiązanie
- Pożądane właściwości metody przeszukiwania:
 - najmniejsza możliwa złożoność obliczeniowa
 - najmniejsze możliwe zasoby konieczne do wykonania procedury
 - gwarancja uzyskania optymalnego rozwiązania
- Koszt informatyczny rozwiązania problemu: koszt znalezienia rozwiązania + koszt wdrożenia znalezionego rozwiązania (np. czas niezbędny do znalezienia sekwencji kroków + czas wykonania sekwencji kroków)
- Stopień trudności problemu – ilość informacji dostępnej podczas przeszukiwania
Czy istnieje wiedza ułatwiająca podjęcie decyzji dotyczącej ekspansji węzła?

Metodologia przeszukiwania

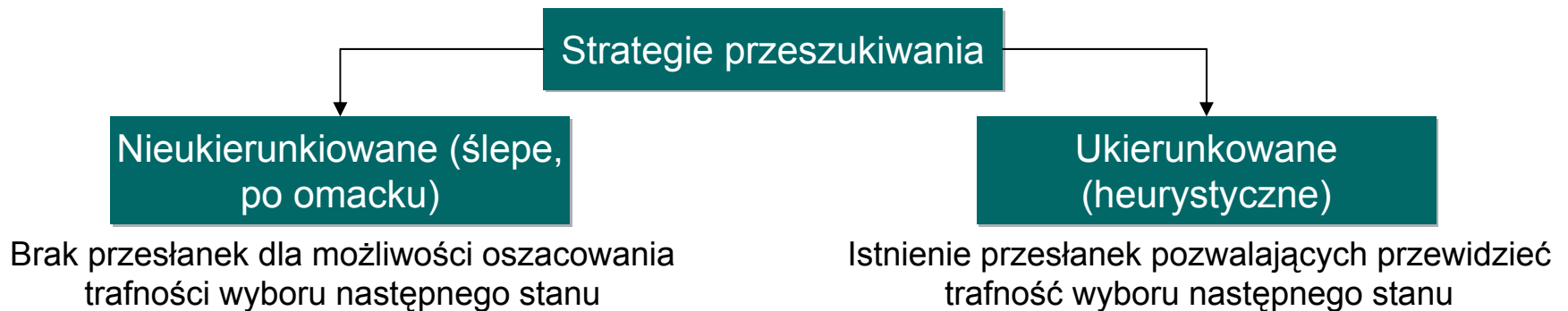
- Punkt wyjścia: drzewo poszukiwań

Algorytm postępowania



Metodologia przeszukiwania

- **Reguła przeszukiwania** – kluczowy element algorytmu
- Podstawowe uwarunkowanie wyboru reguły przeszukiwania
Istnienie lub brak informacji, pozwalającej ocenić najlepszy dalszy kierunek postępowania.

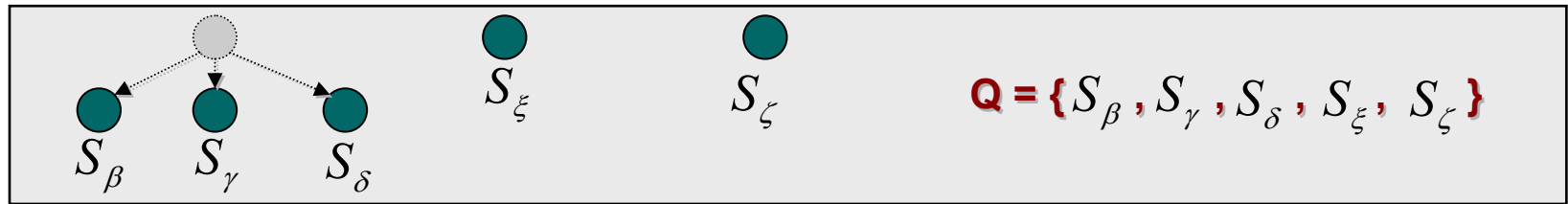


- Algorytmy wyboru kolejnego węzła podlegającego ekspansji
 - Ślepe: jedyne kryterium wyboru to zapewnienie systematyczności przeszukiwania
 - Heurystyczne: kryterium wyboru to skupienie się wyłącznie na najlepiej rokujących kandydatach

Strategie przeszukiwania przestrzeni stanów

- Strategie systematycznego wyboru kolejnego stanu do analizy

Który ze stanów, znajdujących się w kolejce **Q**, ma jako pierwszy zostać poddany analizie?



Przeszukiwanie nieukierunkowane

Przeszukiwanie warstwowe (BFS)

Najpierw stan dodany najwcześniej

$$Q = \{S_{\beta}, S_{\gamma}, S_{\delta}, S_{\xi}, S_{\zeta}\}$$



Przeszukiwanie wglębne (DFS)

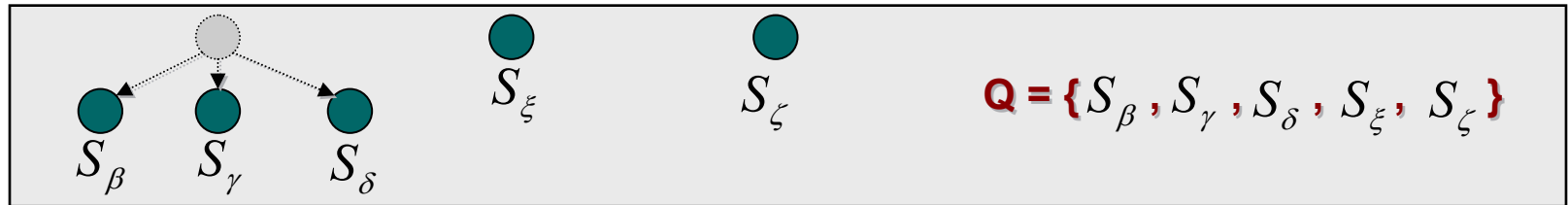
Najpierw stan dodany najpóźniej

$$Q = \{S_{\beta}, S_{\gamma}, S_{\delta}, S_{\xi}, S_{\zeta}\}$$



Strategie przeszukiwania przestrzeni stanów

- Strategie systematycznego wyboru kolejnego stanu do analizy



Przeszukiwanie
ukierunkowane

Wybór najlepszych
hipotez

Najpierw stan dający największe
szanse na osiągnięcie rozwiązania

$Q = \{S_{\beta}, S_{\gamma}, S_{\delta}, S_{\xi}, S_{\zeta}\}$

1.3 0.4 7.5 -1 2.1

1

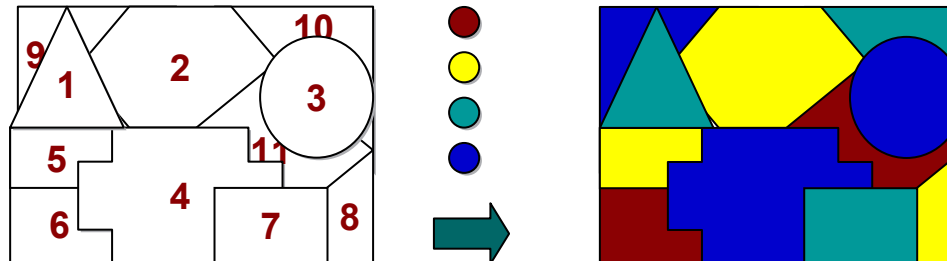
Ocena jakości
stanu (heurystyka)



Wybór najlepszego
kandydata

Przeszukiwanie nieukierunkowane

- Problem: kolorowanie mapy (grafu) przy pomocy minimalnej liczby kolorów, tak by sąsiednie obszary miały różne barwy (jest to tzw. problem NP-zupełny).
- Formalizacja problemu:
 - **stan**: kolor przydzielany obszarowi ● ● ...
 - **akcja**: przypisz obszarowi kolor tak, by był inny niż w obszarach sąsiednich
 - stan początkowy: brak barw
 - **rozwiązanie**: pokolorowana mapa

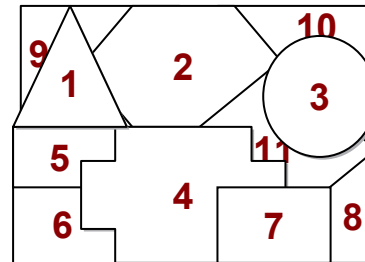
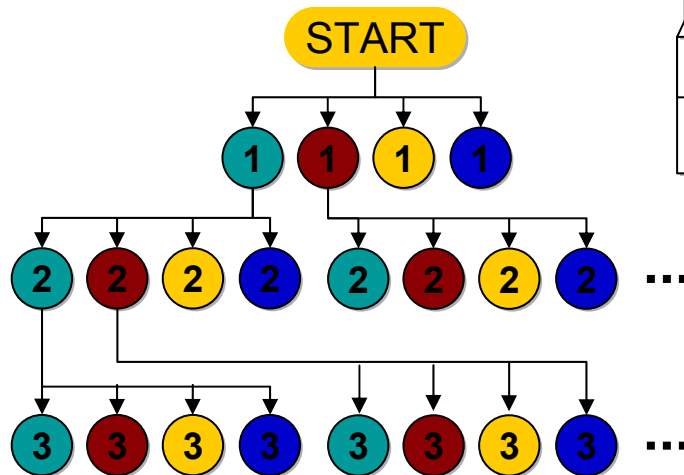


- Charakterystyka problemu
 - Brak metody rozwiązania innej niż testowanie różnych możliwości
 - Brak przesłanek ukierunkowujących proces przeszukiwania

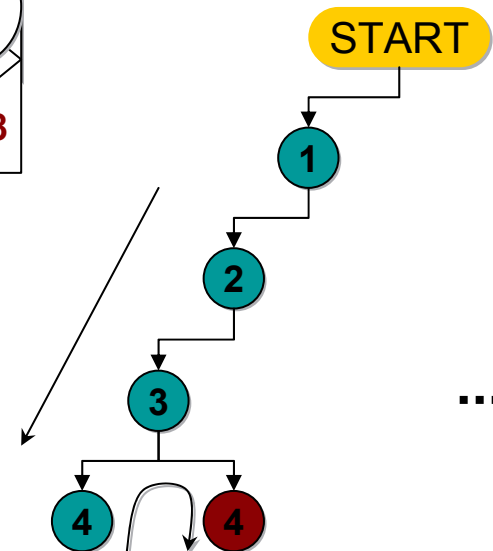
Przeszukiwanie nieukierunkowane

- Sposób sformułowania problemu wskazuje na zasadność użycia metod przeszukiwania nieukierunkowanego
- Możliwe strategie postępowania: przeszukiwanie warstwowe lub głębokie

Przeszukiwanie warstwowe (BFS)

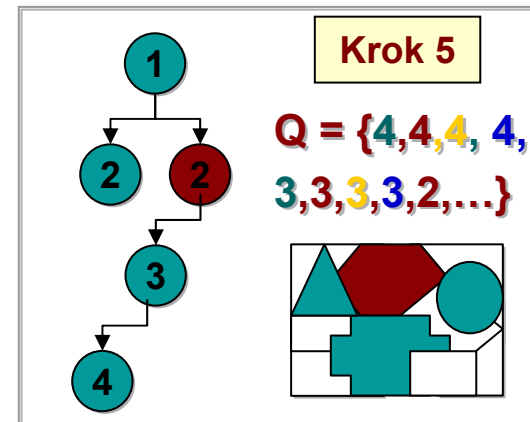
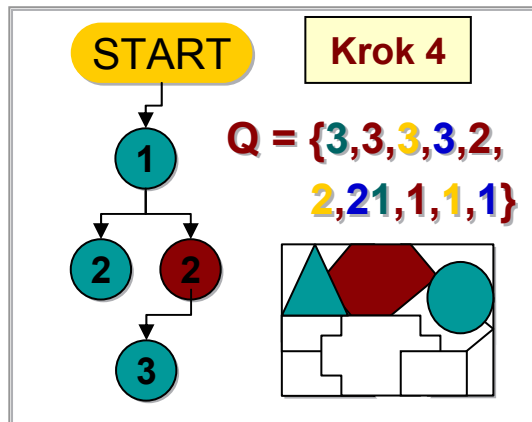
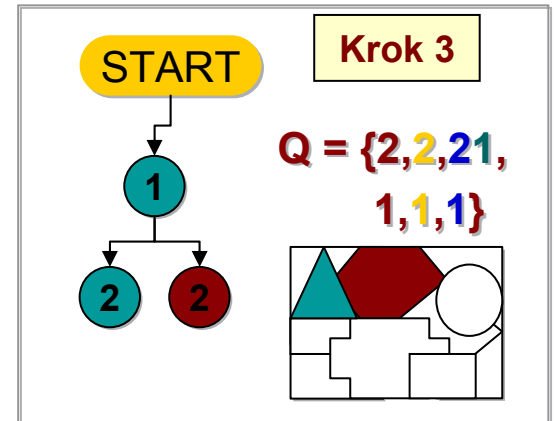
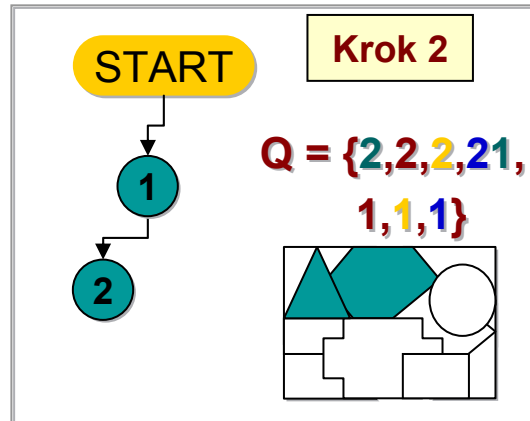
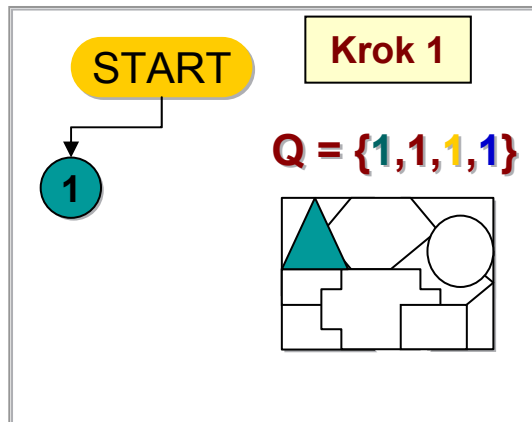
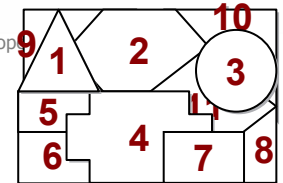


Przeszukiwanie głębokie (DFS)



Przeszukiwanie nieukierunkowane DFS

- Założenie (arbitralne): strategia DFS



...

Oczekiwanym
wynikiem
procedury jest
stan

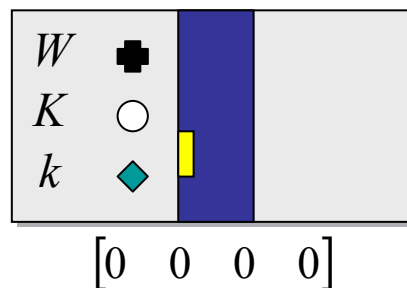
Przeszukiwanie nieukierunkowane

- Problem: wilk, koza, kapusta ...
- Formalizacja problemu:

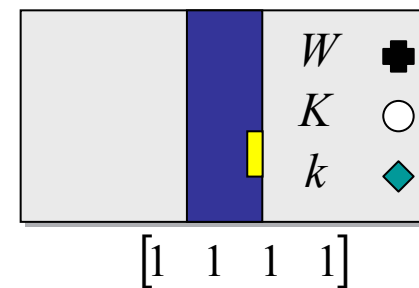
Stany:

$[W \ K \ k \ t]$

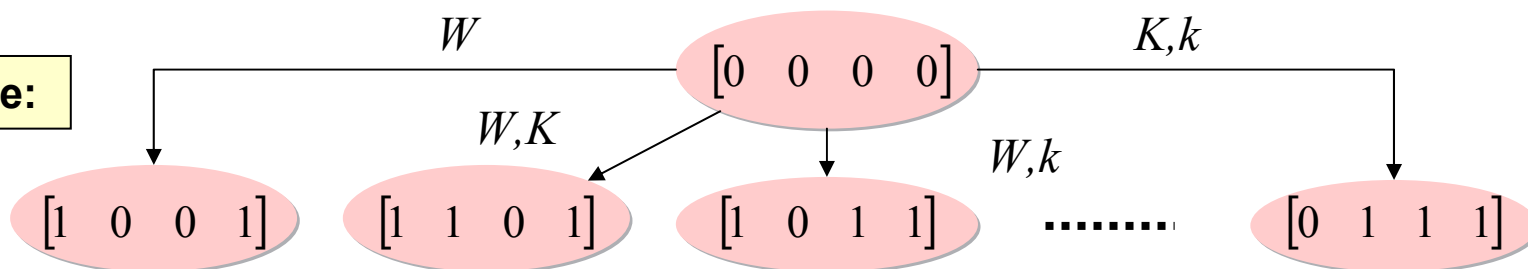
START



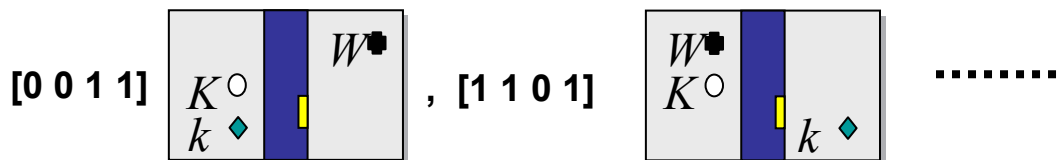
Rozwiązanie



Akcje:

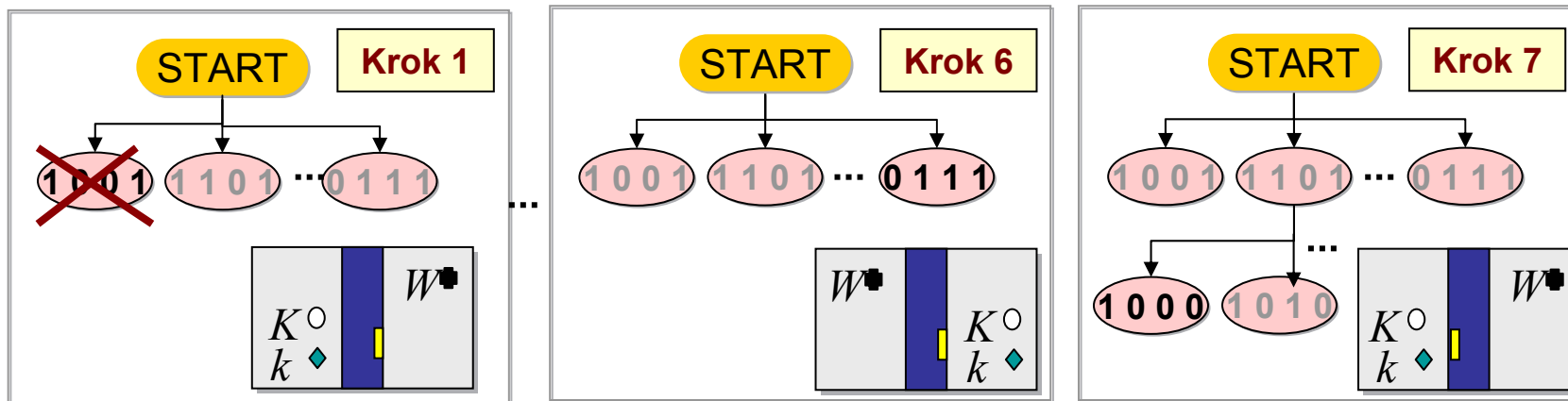


Ograniczenia (stany niedozwolone):



Przeszukiwanie nieukierunkowane

- Charakterystyka problemu
 - Brak metody rozwiązania innej niż testowanie różnych możliwości
 - Brak przesłanek ukierunkowujących proces przeszukiwania
- Możliwe strategie postępowania: przeszukiwanie **warstwowe (BFS)** lub **wgłębne**



- Węzły nie podlegają ekspansji, jeżeli naruszone są ograniczenia
- Poszukiwanym wynikiem procedury jest **sekwencja** operacji (stanów)

Przeszukiwanie nieukierunkowane – porównanie BFS i DFS

- Podstawowe kryteria porównywania metod przeszukiwania
 - Kompletność (pewność uzyskania rozwiązania)
 - Optymalność (czy uzyskane rozwiązanie jest najlepszym z możliwych)
 - Złożoność (liczba operacji niezbędnych do uzyskania rozwiązania)
 - Wymagane zasoby

	Przeszukiwanie warstwowe (BFS)	Przeszukiwanie wglębne (DFS)
Kompletność	+	+
Optymalność	+	-
Złożoność	-	-
Zasoby	-	+



Porównanie BFS i DFS

- Kompletność
 - BFS: jeżeli rozwiązanie istnieje, zostanie znalezione
 - DFS: zostanie znalezione (dbając, by węzeł mógł pojawić się na ścieżce tylko raz)

Przykład: obydwie strategie pozwolą znaleźć sekwencję dla problemu WKk, podobnie, pozwolą znaleźć rozkład kolorów dla grafu

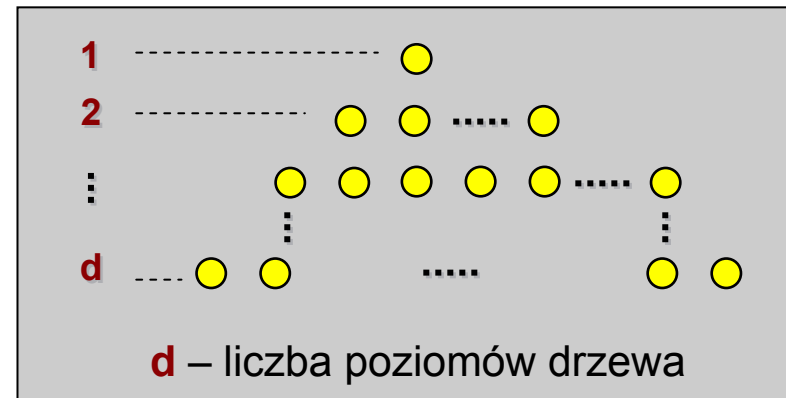
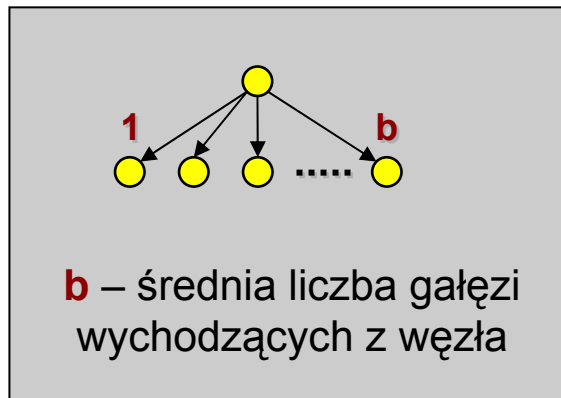
- Optymalność
 - BFS: rozwiązanie jest optymalne, jeżeli koszt przemieszczania się między węzłami jest nieujemny
 - DFS: znajduje pierwsze możliwe rozwiązanie problemu, zwykle, nie najlepsze

Liczba operacji niezbędnych do rozwiązania problemu WKk będzie dla strategii BFS najmniejszą z możliwych, dla DFS – nie.

Porównanie BFS i DFS

- Złożoność

Parametry szacowania liczby operacji: współczynnik rozgałęzienia (**b**) i głębokość drzewa (**d**)



$$o = 1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^d$$

Liczba operacji niezbędnych do rozwiązania problemu może być ogromna: $b=4$ (kolory), $d=30$ (obszarów-Europa) $o \approx 4^{30} = 4^{5 \cdot 6} \approx (10^3)^6 = 10^{18}$

Porównanie BFS i DFS

- Zasoby

Parametry szacowania liczby operacji są takie same jak w szacowaniu złożoności: współczynnik rozgałęzienia (**b**) i głębokość drzewa (**d**)

Przeszukiwanie warstwowe (BFS)

Konieczne pamiętanie wszystkich niesprawdzonych jeszcze węzłów danego poziomu i wszystkich poziomu następnego

$$m \approx b^d$$

Zasoby wymagane dla rozwiązania problemu mogą być ogromne: $b=4$, $d=30$

$$m \approx 4^{30} \approx 10^{18}$$

Przeszukiwanie wglębne (DFS)

Konieczne pamiętanie wszystkich niesprawdzonych jeszcze węzłów w y b r a n e j ś c i e ż k i

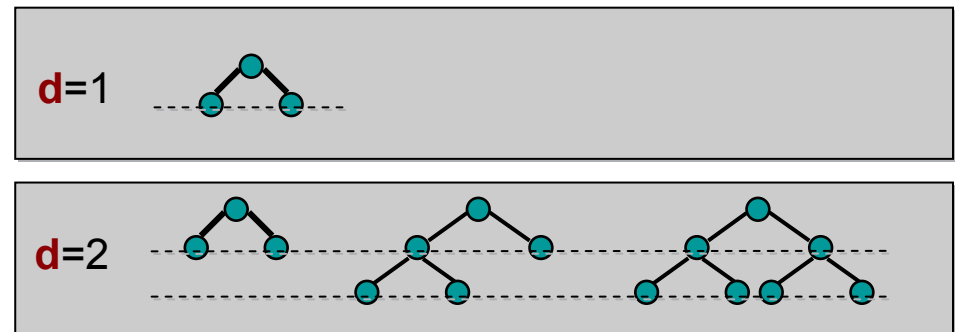
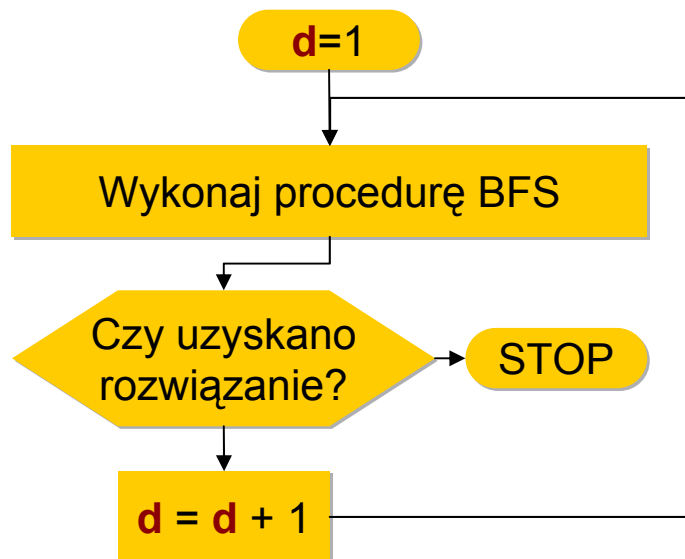
$$m \approx b \cdot d$$

Zasoby wymagane dla rozwiązania problemu są małe: $b=4$, $d=30$

$$m = 4 \cdot 30 = 120$$

Przeszukiwanie z iteracyjnym pogłębianiem

- Kombinacja strategii BFS i DFS
 - Cel: skompensować wzajemne słabości (DFS – nieoptymalność, BFS – wymagane zasoby)



Właściwości metody

- Kompletność
- Optymalność
- Duża złożoność obliczeniowa
- Małe wymagane zasoby



Przeszukiwanie nieukierunkowane – podsumowanie

- Strategia rozwiązywania problemów:
 - dla których brak jakichkolwiek wskazówek co do sensowności podejmowanych akcji
 - dla których związki przyczynowo-skutkowe między wieloma stosowanymi akcjami, są trudne do przewidzenia (*terapia farmakologiczna z użyciem wielu leków, diagnozowanie chorób*)
- Podstawowe właściwości metod rozważanej grupy:
 - Konieczna znajomość wszystkich stanów dziedziny problemu (efekty dowolnej akcji są określone)
 - Możliwość znalezienia optymalnych rozwiązań
 - Brak praktycznych możliwości rozwiązywania problemów o nadmiernym stopniu złożoności



Przeszukiwanie ukierunkowane

- Określenie strategii:
Metoda rozwiązywania problemów, w której dysponujemy wskazówkami co do poprawności wybieranej drogi przeszukiwania
- Założenie strategii:
Dostępne informacje dadzą się wyrazić w postaci ilościowej - funkcji kryterialnych (heurystyk)
- Zasada ekspansji węzłów:
Podążaj w kierunku, dla którego funkcja kryterialna osiąga ekstremum



Przeszukiwanie ukierunkowane

- Przykładowe zadanie: nawigacja samochodowa

Znajdź najkrótszą drogę między punktami (węzłami) A i B drogi, zakładając, że mapa cyfrowa ma $d=1000$ węzłów (skrzyżowań) i każde z nich można opuścić średnio na $b=3$ różne sposoby

- Analiza wykonalności przeszukiwania nieukierunkowanego

Liczba obliczeń:

$$o \approx 3^{1000} = 3^{2 \cdot 500} \approx 10^{500}$$

Liczba sekund od wielkiego
wybuchu – ok. 4×10^{18}

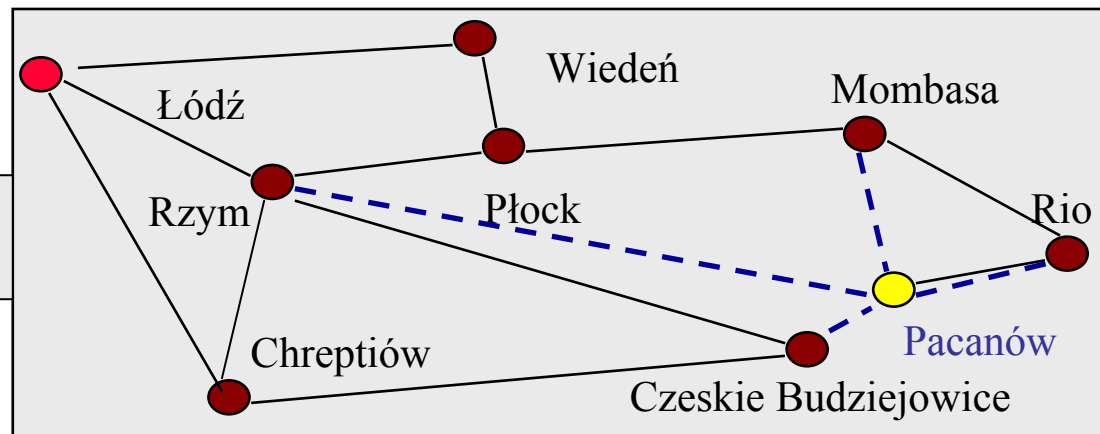
- Aby rozwiązać zadanie, konieczne jest zróżnicowanie atrakcyjności węzłów kolejki
 - Konieczne sprawdzenie, czy węzłowi można przypisać ilościową miarę (atrybut), oceniający jego przydatność na drodze do rozwiązania
- Możliwa heurystyka – odległość Euklidesowa od węzła do celu – **przeszukiwanie zachłanne**



Przeszukiwanie zachłanne

- Przykładowe zadanie: planowanie trasy (nawigacja samochodowa)
- Kryterium : dokonuj ekspansji węzła, którego odległość Euklidesowa od celu jest najmniejsza.

Mapa połączeń lotniczych

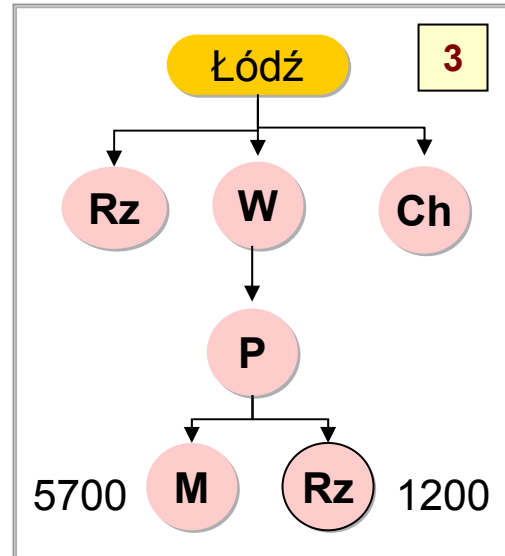
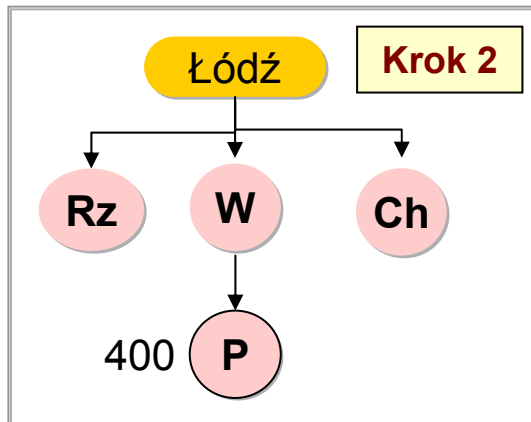
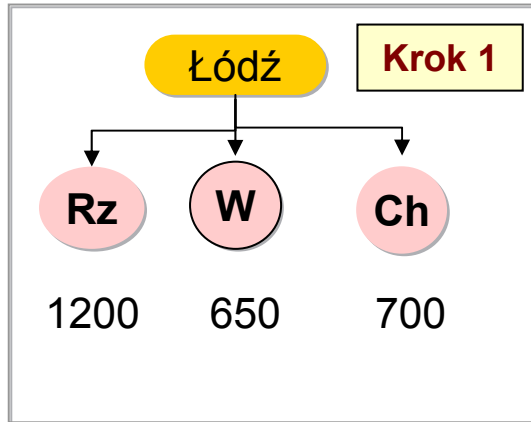


	Łódź	Pacanów	Rzym	Wiedeń	Chreptiów	Rio	Mombasa	Czeskie B	Płock
Łódź	0	300	1500	800	700	14000	6000	500	150
Pacanów	300	0	1200	650	700	13800	5700	400	400
Rzym	1500	1200	0	800	1200	13000	4500	1000	1600
Wiedeń	800	650	800	0	900	14000	5800	300	900
Chreptiów	700	700	1200	900	0	15000	5500	1000	700
Rio	14000	13800	13000	14000	15000	0	9000	13000	14100
Mombasa	6000	5700	4500	5800	5500	9000	0	5300	6100
Czeskie B	500	400	1000	300	1000	13000	5300	0	700
Płock	150	400	1600	900	700	14100	6100	700	0

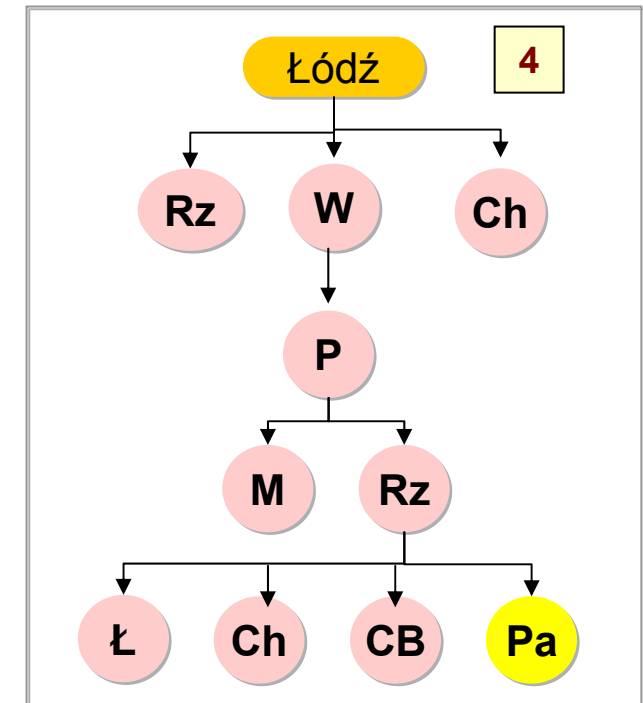
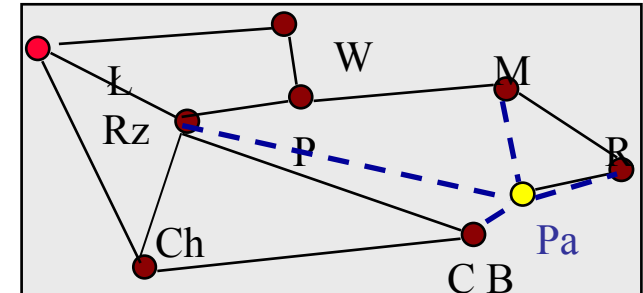
Tabel odległości Euklidesowych

Przeszukiwanie zachłanne

- Zadanie: wyznaczenie trasy Łódź-Pacanów



x Ekspandowany węzeł
Heurystyka (odległość od Pacanowa)



Przeszukiwanie ukierunkowane

- Korzyści stosowania heurystyki
 - **Możliwe radykalne zmniejszenie liczby wymaganych obliczeń**
 - **Możliwe radykalne zmniejszenie ilości wymaganych zasobów**

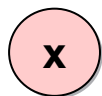
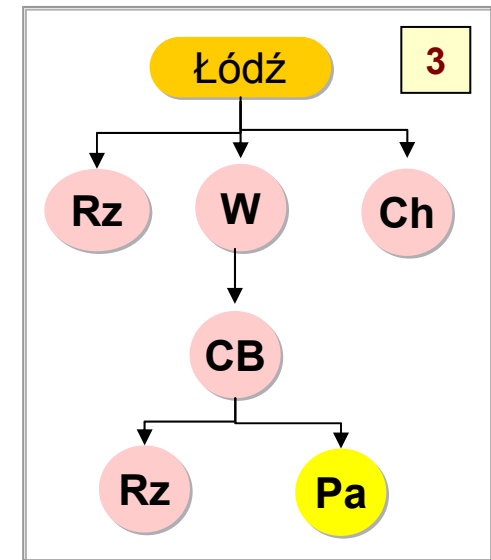
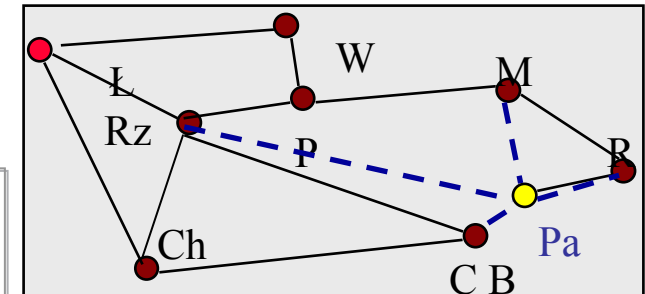
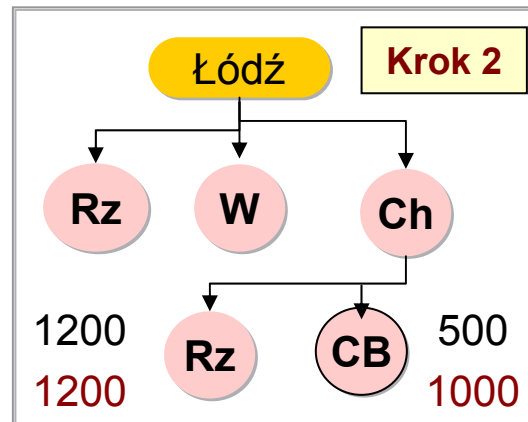
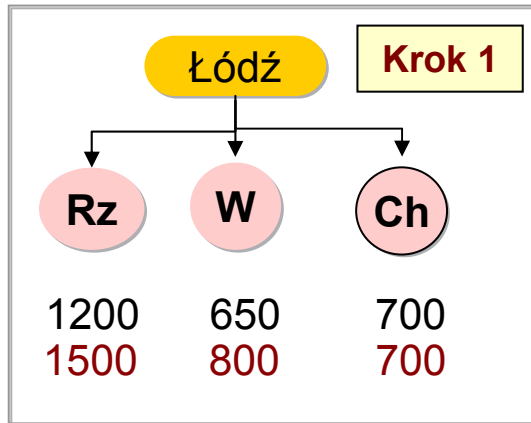
Rozwiązanie problemu metodami nieukierunkowanymi $d = 9, b = 3 \rightarrow o \approx 9^3 = 729$

Rozwiązanie problemu przy użyciu algorytmu przeszukiwania zachłannego: $o = 4$

- Podstawowa wada stosowania heurystyki:
 - **brak ma gwarancji sukcesu (algorytm może okazać się równie nieefektywny jak w przypadku przeszukiwania nieukierunkowanego)**
 - **heurystyka musi być odkrywana indywidualnie dla każdego problemu**
 - **rozwiązanie jest nieoptymalne**
- Podstawowa strategia przeszukiwania heurystycznego:
 - Algorytm A* (rozwinięcie algorytmu przeszukiwania zachłannego)

Przeszukiwanie ukierunkowane – algorytm A*

- Heurystyka: dokonuj ekspansji węzła, dla którego suma jego odległości od początku trasy i odległości od celu jest najmniejsza
- Zadanie: wyznaczenie trasy Łódź-Pacanów



Ekspandowany węzeł

150

Odległość od celu
(Pacanowa)

150

Odległość od startu
(Łodzi)

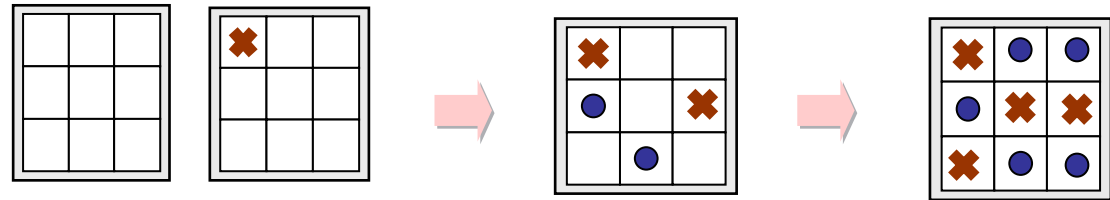


Przeszukiwanie ukierunkowane: gry

- Specyfika gier – cykliczność powtarzania dwóch etapów: ruch własny-ruch przeciwnika
- Metodologia rozwiązywania – poszukiwanie sekwencji ruchów, prowadzących do zwycięstwa
- Ogólna zasada konstruowania heurystyki (funkcji kryterialnej):
Maksymalizuj korzyść własną – minimalizuj korzyść przeciwnika
- Kategoria odpowiadających algorytmów przeszukiwania: algorytmy 'minimaksowe'
- Typowa sytuacja dla gier: możliwość formułowania ilościowej oceny stanu gry – możliwość budowania heurystyki, kierunkującej proces przeszukiwania

Przeszukiwanie ukierunkowane: gry

- Zadanie: gra w kółko i krzyżyk



- Proponowana heurystyka, oceniająca bieżący stan gry

$$E = \max \left\{ f_H \left(\sum_{i,j} n_{i,j} \right), f_V \left(\sum_{i,j} n_{i,j} \right), f_D \left(\sum_{i,j} n_{i,j} \right) \right\}$$

$$f_H \left(\sum_{i,j} n_{i,j} \right) = n_{i,j}^x \cdot n_{i,j+1}^x \cdot \dots \cdot n_{i,j+k}^x$$

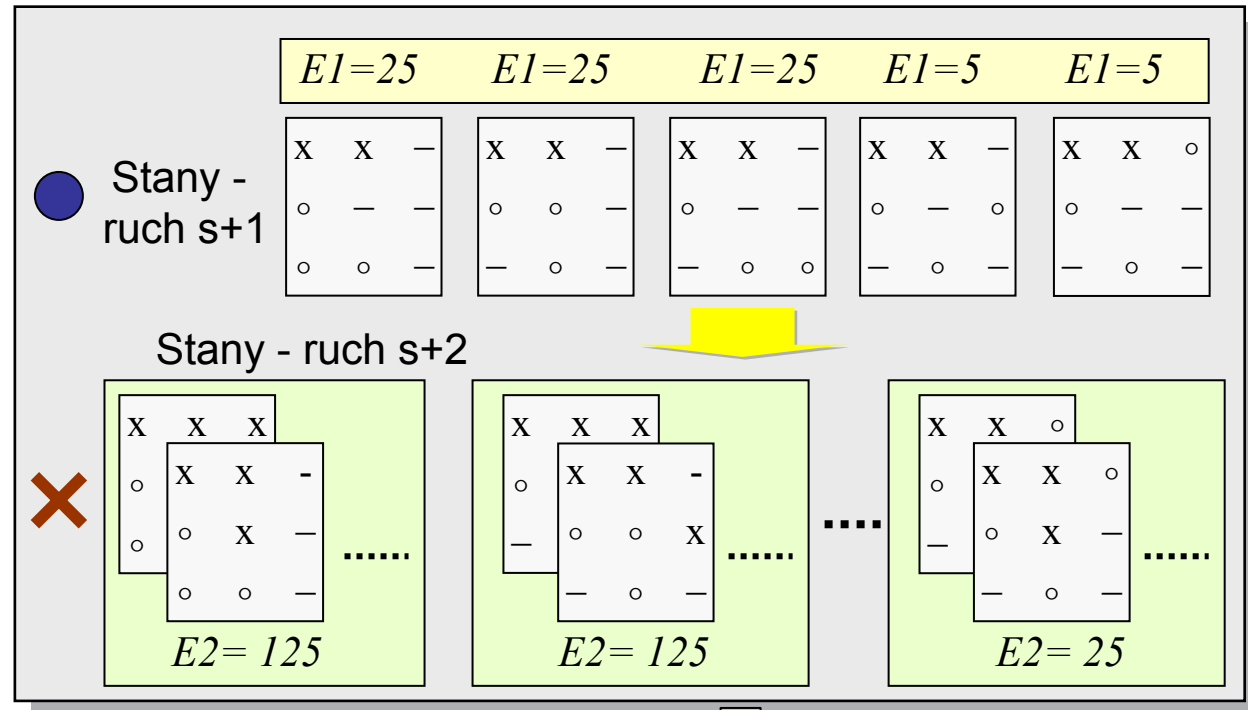
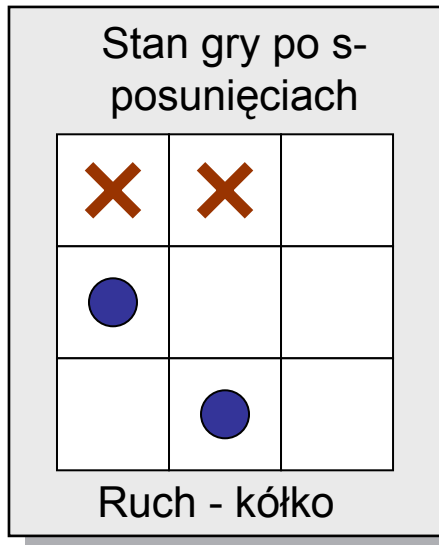
$$f_V \left(\sum_{i,j} n_{i,j} \right) = n_{i,j}^x \cdot n_{i+1,j}^x \cdot \dots \cdot n_{i+k,j}^x$$

$$f_D \left(\sum_{i,j} n_{i,j} \right) = \dots$$

Iloczyn wartości (np. n=5) odpowiadających sąsiadującym ze sobą (w poziomie - H, pionie - V, ukośnie - D) jednakowym elementom x ('kółka' lub 'krzyżyki')

Algorytmy minimaksowe

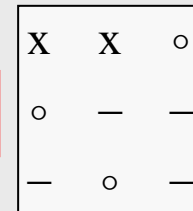
- Zadanie: gra w kółko i krzyżyk



Możliwa funkcja
kryterialna
(‘minimaksowa’)

$$E = E1 - E2$$

$$E_{opt} = -20$$





Algorytmy przeszukiwania - podsumowanie

- Obszar zastosowań
Problemy o możliwych do określenia wszystkich rozwiązaniach lub elementach sekwencji, stanowiącej rozwiązanie
- Podstawowe zalety
Prostota koncepcyjna
Mogą być jedynym sposobem rozwiązywania problemu
- Podstawowe wady
Złożoność procedury może uniemożliwić wykonanie zadania (przeszukiwanie nieukierunkowane)
Możliwe usunięcie trudności – heurystyki (mogą nie istnieć lub mogą nie spełnić swojej roli)